

1) Построить таблицы истинности для следующих высказываний:

а)  $((x \Rightarrow y) \wedge ((\bar{v} \Rightarrow z) \Rightarrow \bar{x}))$ ;

б)  $(x \vee y) \wedge ((x \Rightarrow y) \Rightarrow c)$

При построении таблиц истинностей заданных высказываний используем таблицы истинности элементарных булевых функций.

Таблицы истинности булевых функций:

**Конъюнкция:**

| $x_1$ | $x_2$ | $x_1 \cdot x_2$ |
|-------|-------|-----------------|
| 0     | 0     | 0               |
| 0     | 1     | 0               |
| 1     | 0     | 0               |
| 1     | 1     | 1               |

Конъюнкцию называют также логическим умножением.

Конъюнкция обозначается также  $A \wedge B$  или  $A \& B$ .

**Дизъюнкция:**

| $x_1$ | $x_2$ | $x_1 \vee x_2$ |
|-------|-------|----------------|
| 0     | 0     | 0              |
| 0     | 1     | 1              |
| 1     | 0     | 1              |
| 1     | 1     | 1              |

Дизъюнкция обозначается также  $A + B$ .

**Неравнозначность:**

| $x_1$ | $x_2$ | $x_1 \oplus x_2$ |
|-------|-------|------------------|
| 0     | 0     | 0                |
| 0     | 1     | 1                |
| 1     | 0     | 1                |
| 1     | 1     | 0                |

Неравнозначность называют также суммой по модулю 2, суммой Жегалкина, прямой суммой, строгой дизъюнкцией.

**Импликация:**

| $x_1$ | $x_2$ | $x_1 \rightarrow x_2$ |
|-------|-------|-----------------------|
| 0     | 0     | 1                     |
| 0     | 1     | 1                     |
| 1     | 0     | 0                     |
| 1     | 1     | 1                     |

Импликацию называют также следствием.

Импликация обозначается также  $A \Rightarrow B$  или  $A \supset B$ .

$$A \Rightarrow B = \bar{A} \vee B = \overline{A \wedge \bar{B}}$$

### Эквиваленция:

| $x_1$ | $x_2$ | $x_1 \leftrightarrow x_2$ |
|-------|-------|---------------------------|
| 0     | 0     | 1                         |
| 0     | 1     | 0                         |
| 1     | 0     | 0                         |
| 1     | 1     | 1                         |

Эквиваленцию двух высказываний называют также равнозначностью, равносильностью, тождественностью.

Эквиваленция обозначается также  $A = B$  или  $A \sim B$  или  $A \Leftrightarrow B$ .

$$A \sim B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

### Стрелка Пирса:

| $x_1$ | $x_2$ | $x_1 \downarrow x_2$ |
|-------|-------|----------------------|
| 0     | 0     | 1                    |
| 0     | 1     | 0                    |
| 1     | 0     | 0                    |
| 1     | 1     | 0                    |

### Штрих Шеффера:

| $x_1$ | $x_2$ | $x_1   x_2$ |
|-------|-------|-------------|
| 0     | 0     | 1           |
| 0     | 1     | 1           |
| 1     | 0     | 1           |
| 1     | 1     | 0           |

### Отрицание:

| $x$ | $\neg x$ |
|-----|----------|
| 0   | 1        |
| 1   | 0        |

- Иерархия булевых функций:

действия в скобках,  
отрицание,  
конъюнкция,  
дизъюнкция,  
неравнозначность,  
эквиваленция,  
импликация

(операции, стоящие на одном уровне, при отсутствии скобок выполняются в порядке их появления в записи формулы слева направо).

a)

$$((x \Rightarrow y) \wedge ((\bar{v} \Rightarrow z) \Rightarrow \bar{x}))$$

| $x$ | $y$ | $v$ | $z$ | $x \Rightarrow y$ | $\bar{v} \Rightarrow z$ | $(\bar{v} \Rightarrow z) \Rightarrow \bar{x}$ | $(x \Rightarrow y) \wedge ((\bar{v} \Rightarrow z) \Rightarrow \bar{x})$ |
|-----|-----|-----|-----|-------------------|-------------------------|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| 0   | 0   | 0   | 0   | 1                 | 1                       | 1                                             | 1                                                                        |
| 0   | 0   | 0   | 1   | 1                 | 0                       | 1                                             | 1                                                                        |
| 0   | 0   | 1   | 0   | 1                 | 1                       | 1                                             | 1                                                                        |
| 0   | 0   | 1   | 1   | 1                 | 1                       | 1                                             | 1                                                                        |
| 0   | 1   | 0   | 0   | 1                 | 1                       | 1                                             | 1                                                                        |
| 0   | 1   | 0   | 1   | 1                 | 0                       | 1                                             | 1                                                                        |
| 0   | 1   | 1   | 0   | 1                 | 1                       | 1                                             | 1                                                                        |
| 0   | 1   | 1   | 1   | 1                 | 1                       | 1                                             | 1                                                                        |
| 1   | 0   | 0   | 0   | 0                 | 1                       | 0                                             | 0                                                                        |
| 1   | 0   | 0   | 1   | 0                 | 0                       | 1                                             | 0                                                                        |
| 1   | 0   | 1   | 0   | 0                 | 1                       | 0                                             | 0                                                                        |
| 1   | 0   | 1   | 1   | 0                 | 1                       | 0                                             | 0                                                                        |
| 1   | 1   | 0   | 0   | 1                 | 1                       | 0                                             | 0                                                                        |
| 1   | 1   | 0   | 1   | 1                 | 0                       | 1                                             | 1                                                                        |
| 1   | 1   | 1   | 0   | 1                 | 1                       | 0                                             | 0                                                                        |
| 1   | 1   | 1   | 1   | 1                 | 1                       | 0                                             | 0                                                                        |

б)

$$(x \vee y) \wedge ((x \Rightarrow y) \Rightarrow c)$$

| $x$ | $y$ | $c$ | $x \vee y$ | $x \Rightarrow y$ | $(x \Rightarrow y) \Rightarrow c$ | $(x \vee y) \wedge ((x \Rightarrow y) \Rightarrow c)$ |
|-----|-----|-----|------------|-------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 0   | 0   | 0   | 0          | 1                 | 0                                 | 0                                                     |
| 0   | 0   | 1   | 0          | 1                 | 1                                 | 0                                                     |
| 0   | 1   | 0   | 1          | 1                 | 0                                 | 0                                                     |
| 0   | 1   | 1   | 1          | 1                 | 1                                 | 1                                                     |
| 1   | 0   | 0   | 1          | 0                 | 1                                 | 1                                                     |
| 1   | 0   | 1   | 1          | 0                 | 1                                 | 1                                                     |
| 1   | 1   | 0   | 1          | 1                 | 0                                 | 0                                                     |
| 1   | 1   | 1   | 1          | 1                 | 1                                 | 1                                                     |

2) Даны векторы  $\vec{a} = (0, 1, 1, 0)$  и  $\vec{b} = (1, 0, 1, 1)$  над полем  $B = \{0, 1\}$ . Найти сумму по модулю два векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и их скалярное произведение.

► Сумма по модулю два:

$$\vec{a} \oplus \vec{b} = (0, 1, 1, 0) \oplus (1, 0, 1, 1) = (0 \oplus 1, 1 \oplus 0, 1 \oplus 1, 0 \oplus 1) = (1, 1, 0, 1)$$

- результатом является вектор.

Таблица истинности для суммы по модулю два (исключающее ИЛИ, сумма Жегалкина):

| $x_1$ | $x_2$ | $\oplus$ |
|-------|-------|----------|
| 0     | 0     | 0        |
| 0     | 1     | 1        |
| 1     | 0     | 1        |
| 1     | 1     | 0        |

► Скалярное произведение:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (0, 1, 1, 0) \cdot (1, 0, 1, 1) = 0 \cdot 1 \oplus 1 \cdot 0 \oplus 1 \cdot 1 \oplus 0 \cdot 1 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

- результатом является скалярная величина.

При вычислении скалярного произведения векторов над полем  $B = \{0, 1\}$  используем кольцевое сложение  $\oplus$  (сумма по модулю два) и кольцевое умножение  $\odot$  с таблицей истинности:

| $x_1$ | $x_2$ | $\odot$ |
|-------|-------|---------|
| 0     | 0     | 0       |
| 0     | 1     | 0       |
| 1     | 0     | 0       |
| 1     | 1     | 1       |

3) Записать таблицу булевой функции, заданной формулой

$$y = \overline{x_1 \wedge x_2} \vee x_1 \wedge (\overline{x_1 \vee x_2}).$$

Здесь  $\vee$  - дизъюнкция (OR),  $\wedge$  - конъюнкция (AND), черта сверху - отрицание (NOT).

Таблицы истинности булевых функций AND, OR и NOT:

| $x_1$ | $x_2$ | "И" |
|-------|-------|-----|
| 0     | 0     | 0   |
| 0     | 1     | 0   |
| 1     | 0     | 0   |
| 1     | 1     | 1   |

| $x_1$ | $x_2$ | "ИЛИ" |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

| $x$ | "НЕ" |
|-----|------|
| 0   | 1    |
| 1   | 0    |

- Иерархия булевых функций:  
действия в скобках,  
отрицание,  
конъюнкция,  
дизъюнкция,  
неравнозначность,  
эквиваленция,  
импликация

(операции, стоящие на одном уровне, при отсутствии скобок выполняются в порядке их появления в записи формулы слева направо).

| $x_1$ | $x_2$ | $\overline{x_1 \wedge x_2}$ | $\overline{x_1 \vee x_2}$ | $x_1 \wedge (\overline{x_1 \vee x_2})$ | $y(x_1, x_2)$ |
|-------|-------|-----------------------------|---------------------------|----------------------------------------|---------------|
| 0     | 0     | 1                           | 1                         | 0                                      | 1             |
| 0     | 1     | 1                           | 0                         | 0                                      | 1             |
| 1     | 0     | 1                           | 0                         | 0                                      | 1             |
| 1     | 1     | 0                           | 0                         | 0                                      | 0             |

Итак, таблица булевой функции  $y = \overline{x_1 \wedge x_2} \vee x_1 \wedge (\overline{x_1 \vee x_2})$  имеет вид:

| $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-----|
| 0     | 0     | 1   |
| 0     | 1     | 1   |
| 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 0   |

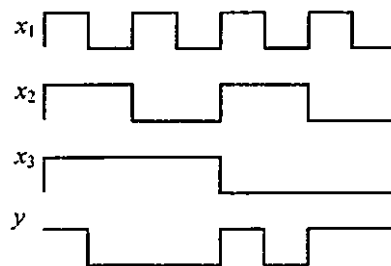
4) Входные сигналы  $x_1, x_2, x_3$  преобразуются в выходной сигнал  $y$ .

Требуется:

- 1) составить таблицу функции  $y = f(x_1, x_2, x_3)$ ;
- 2) составить СДНФ и полином Жегалкина функции  $y$ ;
- 3) построить логические устройства, реализующие функцию  $y$  на элементах:
  - а) И, ИЛИ, НЕ;
  - б)  $S_0$ , И, 1.

1)

Функция  $y$  задана диаграммой сигналов:



Полагая нижнее по рисунку состояние сигнала соответствующим нулю, а верхнее - единице, запишем таблицу функции  $y = f(x_1, x_2, x_3)$  (таблица истинности):

| $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 0     | 0     | 0     | 1   |
| 0     | 0     | 1     | 1   |
| 0     | 1     | 0     | 0   |
| 0     | 1     | 1     | 1   |
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 0   |
| 1     | 1     | 0     | 0   |
| 1     | 1     | 1     | 1   |

2)

► Составим СДНФ функции  $y$ .

Располагая таблицей истинности функции, запишем основные конъюнкции:

| $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $y$ | основные конъюнкции                         |
|-------|-------|-------|-----|---------------------------------------------|
| 0     | 0     | 0     | 1   | $\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$ |
| 0     | 0     | 1     | 1   | $x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$       |
| 0     | 1     | 0     | 0   |                                             |
| 0     | 1     | 1     | 1   | $x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3$             |
| 1     | 0     | 0     | 0   |                                             |
| 1     | 0     | 1     | 0   |                                             |
| 1     | 1     | 0     | 0   |                                             |
| 1     | 1     | 1     | 1   | $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$                   |

Следовательно, СДНФ функции имеет вид:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$



**Определение.** Многочленом Жегалкина называется многочлен, являющийся суммой [по модулю два] константы и различных одночленов, в которые каждая из переменных входит не выше, чем в первой степени.

В СДНФ булевой функции только одна из элементарных конъюнкций равна 1. Это даёт основание представить любую булеву функцию с помощью операции по модулю два.

Сумма по модулю два может быть выражена через дизъюнкцию, конъюнкцию и отрицание:

$$A \oplus B = A \cdot \bar{B} \vee \bar{A} \cdot B$$

откуда

$$A \oplus 1 = \bar{A}.$$

Для получения канонического полинома Жегалкина заменим в СДНФ  $\bar{x}_i$  на  $1 \oplus x_i = \bar{x}_i$  и преобразуем полученное выражение, используя распределительный закон для конъюнкции относительно сложения по модулю два, и учитывая, что  $a \oplus a = 0$  и  $a \oplus 0 = a$ .

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) &= \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = \\ &= (1 \oplus x_1) \cdot (1 \oplus x_2) \cdot (1 \oplus x_3) \oplus x_1 \cdot (1 \oplus x_2) \cdot (1 \oplus x_3) \oplus x_1 \cdot x_2 \cdot (1 \oplus x_3) \oplus x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = \\ &= (1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3) \oplus (x_1 \oplus x_1 x_2 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3) \oplus \\ &\quad \oplus (x_1 x_2 \oplus x_1 x_2 x_3) \oplus x_1 x_2 x_3 = \\ &= 1 \oplus \cancel{x_1} \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_3 \oplus \cancel{x_1 x_3} \oplus \cancel{x_1 x_2 x_3} \oplus \cancel{x_1} \oplus \cancel{x_1 x_2} \oplus \cancel{x_1 x_3} \oplus \cancel{x_1 x_2 x_3} \oplus \\ &\quad \oplus \cancel{x_1 x_2} \oplus \cancel{x_1 x_2 x_3} \oplus \cancel{x_1 x_2 x_3} = \\ &= 1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_3 = \\ &= 1 \oplus 0 \cdot x_1 \oplus 1 \cdot x_2 \oplus 1 \cdot x_3 \oplus 1 \cdot x_1 x_2 \oplus 0 \cdot x_1 x_3 \oplus 1 \cdot x_2 x_3 \oplus 0 \cdot x_1 x_2 x_3 \end{aligned}$$

(на предпоследнем переходе формально: слагаемые по модулю два, имеющиеся в чётном количестве, исчезают, а в нечётном - остаются)

Полином Жегалкина:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_3$$

Полином Жегалкина в канонической форме:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 1 \oplus 0 \cdot x_1 \oplus 1 \cdot x_2 \oplus 1 \cdot x_3 \oplus 1 \cdot x_1 x_2 \oplus 0 \cdot x_1 x_3 \oplus 1 \cdot x_2 x_3 \oplus 0 \cdot x_1 x_2 x_3$$

#### Дополнение.

а) Символ  $\oplus$  обозначает сумму по модулю два (сумму Жегалкина, прямую сумму, строгую дизъюнкцию, неравнозначность).

б) Полиномом (многочленом) Жегалкина называют и собственно многочлен и функцию, определённую через многочлен Жегалкина.

в) Многочлен Жегалкина называется линейным, если он не содержит конъюнкции переменных, и нелинейным, если содержит конъюнкции переменных. В данной задаче многочлен Жегалкина нелинейный.

#### 3а)

Для построения логического устройства, реализующего функцию  $y$  на элементах И, ИЛИ, НЕ минимизируем СДНФ функции:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) &= \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = \\ &= (\bar{x}_1 \vee x_1) \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 (\bar{x}_3 \vee x_3) = \\ &= \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 = x_1 x_2 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 = \\ &= x_1 x_2 \vee (\overline{x_2 \vee x_3}) \end{aligned}$$

Элементы И, ИЛИ, НЕ выполняют следующие функции:

Конъюнкция:

| $x_1$ | $x_2$ | "И" |
|-------|-------|-----|
| 0     | 0     | 0   |
| 0     | 1     | 0   |
| 1     | 0     | 0   |
| 1     | 1     | 1   |

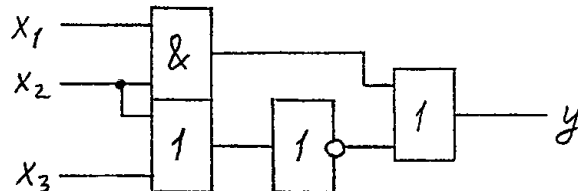
Дизъюнкция:

| $x_1$ | $x_2$ | "ИЛИ" |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

Отрицание:

| $x_1$ | "НЕ" |
|-------|------|
| 0     | 1    |
| 1     | 0    |

Реализация функции  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee (\overline{x_2 \vee x_3})$  на элементах И, ИЛИ, НЕ содержит два 2-х входных элемента ИЛИ, один 2-х входовой элемент И, один элемент НЕ.



**36)**

Элементы  $S_0$  (сумма Жегалкина, сумма по модулю два, исключающее ИЛИ), И, 1 выполняют следующие функции:

Сумма по модулю два:

| $x_1$ | $x_2$ | $\oplus$ |
|-------|-------|----------|
| 0     | 0     | 0        |
| 0     | 1     | 1        |
| 1     | 0     | 1        |
| 1     | 1     | 0        |

Конъюнкция:

| $x_1$ | $x_2$ | "И" |
|-------|-------|-----|
| 0     | 0     | 0   |
| 0     | 1     | 0   |
| 1     | 0     | 0   |
| 1     | 1     | 1   |

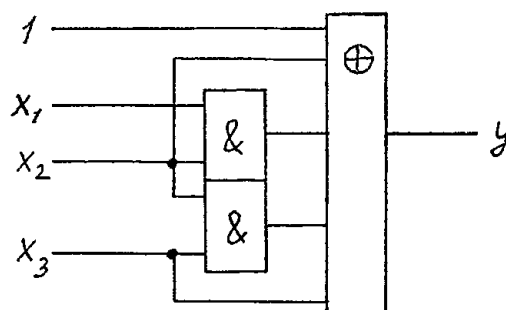
Единица:

| $x_1$ | $x_2$ | "1" |
|-------|-------|-----|
| 0     | 0     | 1   |
| 0     | 1     | 1   |
| 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1   |

Для построения логического устройства, реализующего функцию  $y$  на элементах  $S_0$ , И, 1, используем ранее полученное представление функции в виде полинома Жегалкина:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_3.$$

Устройство содержит два 2-х входных элемента И, один 5-ти входовой элемент исключающее ИЛИ. Роль элемента 1 выполняет сигнал логической единицы, поданный на один из входов элемента исключающее ИЛИ.



**Примечание.** В технических схемах принято обозначать:

элемент И - символом &;

элемент ИЛИ - символом 1;

элемент исключающее ИЛИ - символом =1;

элемент НЕ - символом 1 и кружком на выходе элемента.

Хотя в литературе встречаются и различные другие варианты обозначений.

Проверка в Mathcad 14:

$$f_1(x_3, x_2, x_1) := \neg x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3 \vee x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \neg x_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$f_2(x_3, x_2, x_1) := x_1 \cdot x_2 \vee \neg(x_2 \vee x_3)$$

$$f_3(x_3, x_2, x_1) := 1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 \cdot x_2 \oplus x_2 \cdot x_3$$

$$f_1(0,0,0) \rightarrow 1 \quad f_2(0,0,0) \rightarrow 1 \quad f_3(0,0,0) \rightarrow 1$$

$$f_1(0,0,1) \rightarrow 1 \quad f_2(0,0,1) \rightarrow 1 \quad f_3(0,0,1) \rightarrow 1$$

$$f_1(0,1,0) \rightarrow 0 \quad f_2(0,1,0) \rightarrow 0 \quad f_3(0,1,0) \rightarrow 0$$

$$f_1(0,1,1) \rightarrow 1 \quad f_2(0,1,1) \rightarrow 1 \quad f_3(0,1,1) \rightarrow 1$$

$$f_1(1,0,0) \rightarrow 0 \quad f_2(1,0,0) \rightarrow 0 \quad f_3(1,0,0) \rightarrow 0$$

$$f_1(1,0,1) \rightarrow 0 \quad f_2(1,0,1) \rightarrow 0 \quad f_3(1,0,1) \rightarrow 0$$

$$f_1(1,1,0) \rightarrow 0 \quad f_2(1,1,0) \rightarrow 0 \quad f_3(1,1,0) \rightarrow 0$$

$$f_1(1,1,1) \rightarrow 1 \quad f_2(1,1,1) \rightarrow 1 \quad f_3(1,1,1) \rightarrow 1$$

#### Литература:

- 1) Спирина М.С., Спирин П.А. "Дискретная математика", 2004, стр. 192 (полином Жегалкина);
- 2) Москинова Г.И. "Дискретная математика. Математика для менеджера в примерах и упражнениях", 2004, стр. 138 (СДНФ);
- 3) Галушкина Ю.И., Марьямов А.Н. "Конспект лекций по дискретной математике", 2007, стр. 33 (задача 9); стр. 35 (задача 12);
- 4) Новиков Ф.А. "Дискретная математика для программистов", 2008, стр. 107 (булевы функции).

#### 5) Исключить фиктивные переменные из булевой функции

$$y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3$$

и начертить схему, реализующую эту функцию.

► Если значение функции не зависит от переменной  $x$ , то такая переменная называется **фиктивной** (несуществующей).

Выявим фиктивные переменные, упростив аналитически выражение функции.

$$y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 =$$

$$= \bar{x}_1 \bar{x}_3 (\bar{x}_2 \vee x_2) \vee x_1 \bar{x}_3 (\bar{x}_2 \vee x_2) =$$

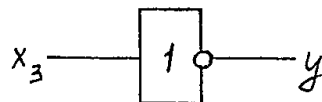
$$= \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_3 =$$

$$= \bar{x}_3 (\bar{x}_1 \vee x_1) =$$

$$= \bar{x}_3$$

- выявлены фиктивные переменные  $x_1$  и  $x_2$ .

► После исключения из выражения функции фиктивных переменных, схема, реализующая данную функцию в виде  $y = \bar{x}_3$  имеет вид:



(инверсия  $\bar{x}_3$ )

Проверка в Mathcad 14:

$$y(x_3, x_2, x_1) := \neg x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3 \vee \neg x_1 \cdot x_2 \cdot \neg x_3 \vee x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \neg x_3$$

$$y(0, 0, 0) \rightarrow 1$$

$$y(0, 0, 1) \rightarrow 1$$

$$y(0, 1, 0) \rightarrow 1$$

$$y(0, 1, 1) \rightarrow 1$$

$$y(1, 0, 0) \rightarrow 0$$

$$y(1, 0, 1) \rightarrow 0$$

$$y(1, 1, 0) \rightarrow 0$$

$$y(1, 1, 1) \rightarrow 0$$

*Литература:*

- 1) Москина Г.И. "Дискретная математика. Математика для менеджера в примерах и упражнениях", 2004, стр. 131.