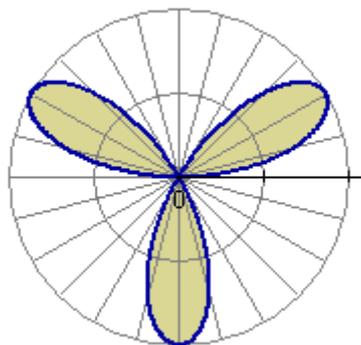


1) Найти площадь, ограниченную линией  $r = a \sin(3\varphi)$ .

Заданная линия - трёхлепестковая роза:



Для вычисления площади фигуры в полярных координатах используем формулу

$$S = \frac{1}{2} \cdot \int_{\alpha}^{\beta} r^2(\varphi) d\varphi.$$

Общую площадь фигуры найдём как шесть половинок одного лепестка:

$$\begin{aligned} S &= 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\pi/6} a^2 \sin^2(3\varphi) d\varphi = 3a^2 \cdot \int_0^{\pi/6} \frac{(1 - \cos(6\varphi))}{2} d\varphi = \frac{3a^2}{2} \cdot \int_0^{\pi/6} (1 - \cos(6\varphi)) d\varphi = \\ &= \frac{3a^2}{2} \cdot \left( \varphi - \frac{1}{6} \sin(6\varphi) \right) \Big|_0^{\pi/6} = \frac{3a^2}{2} \cdot \left[ \left( \frac{\pi}{6} - \frac{1}{6} \sin \pi \right) - (0 - 0) \right] = \frac{\pi a^2}{4} \quad (\text{кв. ед.}) \end{aligned}$$

**Ответ:**  $S = \frac{\pi a^2}{4}$  кв. ед.

Вычисление интеграла в Mathcad 14:

$$6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\pi/6} a^2 \cdot \sin^2(3 \cdot \varphi)^2 d\varphi \rightarrow \frac{\pi \cdot a^2}{4}$$

*Литература:*

1) Письменный Д.Т. "Конспект лекций по высшей математике", 2007, стр. 282.