

Тренировочный вариант №42

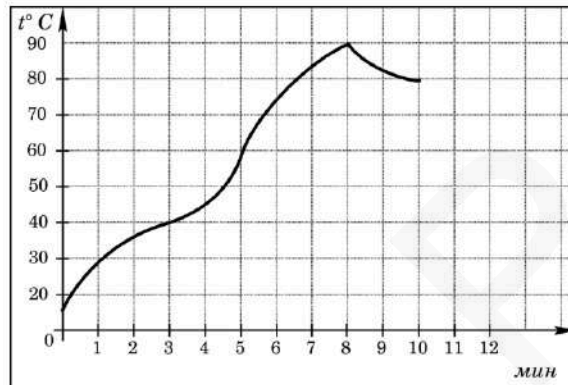
Часть 1.

1.

Известно, что m и n — целые числа. Найдите, при каком целом значении m число $n = 5 - \frac{12}{m-7}$ принимает наибольшее значение.

2.

На графике показано изменение температуры двигателя в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, на сколько градусов нагреется двигатель с третьей по восьмую минуту разогрева.



3.

В треугольнике ABC $AB = 4$, $AC = 8$, $\angle A = 60^\circ$. Вычислите длину медианы BM .

4.

Какова вероятность того, что случайным образом записанная дробь, у которой и числитель и знаменатель являются двузначными числами, допускает сокращение на 6? Результат округлите до тысячных.

5.

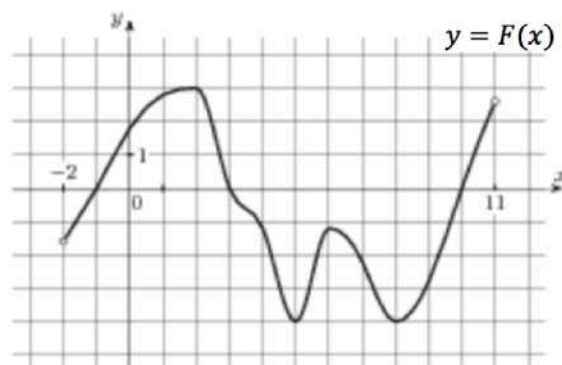
Решите уравнение $\sin(\cos(\frac{\pi(x-3)}{2})) = 0$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

6.

В окружность вписаны правильный шестиугольник и квадрат. Найдите площадь шестиугольника, если площадь квадрата равна 4. В ответе запишите $\frac{S}{\sqrt{3}}$.

7.

На рисунке изображен график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных функции $f(x)$, определённой на интервале $(2; 11)$. Найдите множество решений неравенства $f(x) < 0$, принадлежащих промежутку $(-1; 6)$. В ответе запишите длину найденного промежутка.



8.

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 4 проведено сечение через точки K, L, M , лежащие на ребрах куба. Известно, что $A_1 K : K B_1 = C_1 L : L D_1 = D M : M C = 1 : 3$. Сечение пересекает ребро AA_1 в точке N . Найдите длину отрезка AN .

9.

Найдите значение выражения $\sqrt{20 - a^2} - \sqrt{13 - a^2}$, если $\sqrt{13 - a^2} + \sqrt{20 - a^2} = 2$

10.

В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее

сопротивление дается формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в омах.

11.

Из двух городов, расстояние между которыми 140 км, одновременно навстречу друг другу выехали две машины. Через час они встретились и, не останавливаясь, продолжили путь. Определите скорость машины, которая прошла весь путь на 35 мин быстрее.

12.

Найдите наибольшее значение функции $y = 5x^{15} + (x + 4)^4 + 4\sqrt{x + 3}$ на отрезке $[-2; 1]$.

Часть 2.

Задание **13.**

а) Решите уравнение

$$\sqrt[3]{2 - x} + \sqrt{x - 1} = 1$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку $[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}]$

Задание **14.**

Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 12. Точка K лежит на продолжении ребра BC за точку C так, что $CK = 9$. Точка L лежит на ребре AB и $AL = 5$. Точка M лежит на диагонали основания $A_1 C_1$ так, что $A_1 M : M C_1 = 1 : 3$.

а) Докажите, что сечение куба плоскостью, проходящей через точки K, L, M , делит ребро $A_1 B_1$ в отношении $1 : 5$, считая от точки A_1 .

б) Найдите площадь сечения куба этой плоскостью.

Задание **15.**

Решите неравенство

$$5^{(x+1)^2} + 625 \leq 5^{x^2+2} + 5^{2x+3}$$

Задание 16.

Биссектрисы внутренних углов треугольника продолжены до точек пересечения с описанной около треугольника окружностью, отличных от вершин исходного треугольника. В результате попарного соединения этих точек получился новый треугольник. Известно, что углы исходного треугольника равны 30, 60 и 90 градусам, а его площадь равна 2.

- а) Докажите, что углы нового треугольника равны 45, 60 и 75 градусов.
- б) Найдите площадь нового треугольника.

Задание 17.

Клиент обратился в банк за кредитом. Условия возврата кредита следующие.

- Начало кредитного периода 15 января. Срок полного погашения кредита 24 месяца.
- 1-го числа каждого месяца, начиная с февраля, сумма долга увеличивается на 2%.
- В период со 2-го по 14-е число каждого месяца, начиная с февраля, клиент обязуется выплатить часть задолженности.
- Сумма долга на 15 число следующего месяца должна быть на одну и ту же величину меньше суммы долга на 15 число предыдущего месяца.

Найдите сумму, взятую клиентом в кредит, если известно, что за первый год он выплатил банку на 36 000 рублей больше, чем за второй.

Задание 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{(x^2 + |x|)(x^2 + 5|x| + 6) + 1} = 3|x| - 3ax - a^2 + 1$$

имеет корни как большие -3 , так и меньшие 3 .

Задание 19.

В корзине 88 фруктов. Есть хотя бы 2 фрукта разной массы. Средняя масса фруктов – 100г. Средняя масса фруктов, с весом меньше 100г. – 79г., средняя масса фруктов, с весом больше 100г. – 149г.

- а) Может ли быть число фруктов весом больше 100г. и весом меньше 100г. быть равным?
- б) Может ли быть число фруктов весом по 100г. быть меньше 7?
- в) Какая наибольшая масса может быть у фрукта?