

Уважаемый коллега!

Так уж сложились обстоятельства, что я на данный момент нигде не работаю (уже более трех лет!). Получаю пенсию по выслуге. Творчество в области образования не приносит никакого дохода, наверное, поэтому оно как-то застопорилось ... Жить в нашей стране на одну пенсию – это просто **существование** и не сладкое! *Буду очень Вам благодарен за поддержку в этот нелегкий для меня период.*

Если Вы хотите отблагодарить меня за этот творческий труд, просто перечислите небольшой бонус на мой Яндекс-кошелёк:

**41001244635609**

[money.yandex.ru/to/41001244635609](https://money.yandex.ru/to/41001244635609)

Делается это очень просто, точно также, как вы оплачиваете сотовую связь, только выбрать нужно «Электронные деньги» и ввести указанный номер Яндекс-кошелька.

С уважением, Виктор Владимирович Кривоногов  
([bbk50@yandex.ru](mailto:bbk50@yandex.ru))

Предлагаемая система упражнений состоит из 12 вариантов тригонометрических уравнений, по 8 уравнений в каждом варианте. Система упражнений предназначена для закрепления навыков решения простейших тригонометрических уравнений, а также для развития умений работать с получающимися в результате решения уравнений сериями корней.

Уравнения 1-3 необходимы для закрепления навыков работы с усложненным (линейным) аргументом.

Уравнения 4-6 позволяют научиться исключать из одной серии корней другую - постороннюю.

Уравнение 7 позволяет отработать навыки объединения двух серий корней и записывать их в виде одной серий.

Уравнение 8 позволяет научиться видеть, что одна из серий содержится в другой и выбирать в этом случае для записи правильного ответа нужную серию.

**Вариант 1.**

1.  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{3}{2}$

2.  $\sin \left( \frac{3x}{2} + \frac{\pi}{3} \right) + 1 = 0$

3.  $2 \cos \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) = 1$

4.  $\frac{2 \sin x + 1}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0$

5.  $\frac{2 \cos x + 1}{2 \sin x + \sqrt{3}} = 0$

6.  $\frac{\cos x}{1 - \sin x} = 0$

7.  $\sin \frac{x}{2} \cdot (\cos x + 1) = 0$

8.  $(\cos x - 1) \left( \operatorname{tg} \left( x - \frac{\pi}{4} \right) + 1 \right) = 0$

**Вариант 2.**

1.  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

2.  $\sin \left( 4x - \frac{\pi}{6} \right) = 0$

3.  $\sqrt{2} \cos \left( \frac{2x}{3} + \frac{\pi}{4} \right) = 1$

4.  $\frac{2 \sin x + \sqrt{2}}{2 \cos x - \sqrt{2}} = 0$

5.  $\frac{2 \cos x - \sqrt{3}}{2 \sin x + 1} = 0$

6.  $\frac{\sin x}{\cos x - 1} = 0$

7.  $(\cos 2x + 1) \left( \operatorname{tg} \left( x + \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right) = 0$

8.  $(\cos 3x - 1) \sin \frac{x}{2} = 0$

**Вариант 3.**

1.  $\sin \frac{2x}{3} = 1$

2.  $\operatorname{tg} \left( 4x + \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{3}$

3.  $2 \cos \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{2}$

4.  $\frac{2 \sin x + \sqrt{3}}{2 \cos x - 1} = 0$

5.  $\frac{2 \cos x - \sqrt{2}}{2 \sin x + \sqrt{2}} = 0$

6.  $\frac{1 - \sin 3x}{1 + \sin x} = 0$

7.  $\sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \cdot (\sin 2x + 1) = 0$

8.  $\sin 3x (\cos x + 1) = 0$

**Вариант 4.**

1.  $\operatorname{tg} \frac{3x}{2} = 0$

2.  $\cos \left( 5x + \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3.  $2 \sin \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = 1$

4.  $\frac{2 \sin x - \sqrt{2}}{2 \cos x - \sqrt{2}} = 0$

5.  $\frac{2 \cos x - 1}{2 \sin x - \sqrt{3}} = 0$

6.  $\frac{1 + \cos 4x}{1 - \sin 2x} = 0$

7.  $\cos x \cdot (\cos 2x - 1) = 0$

8.  $\left( \operatorname{tg} \left( x - \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right) (\sin x + 1) = 0$

**Вариант 5.**

1.  $\sin \frac{3x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
2.  $\operatorname{tg} \left( 2x - \frac{\pi}{3} \right) = -5$
3.  $4 \cos \left( \frac{x}{4} + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3}$
4.  $\frac{2 \sin x + \sqrt{3}}{2 \cos x + 1} = 0$
5.  $\frac{2 \cos x + \sqrt{2}}{2 \sin x + \sqrt{2}} = 0$
6.  $\frac{\sin 4x}{\cos 4x - 1} = 0$
7.  $\cos \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{12} \right) \cdot \left( \sin \left( x - \frac{\pi}{3} \right) + 1 \right) = 0$
8.  $(\cos 4x + 1)(\sin 2x - 1) = 0$

**Вариант 6.**

1.  $\sin \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2.  $\operatorname{tg} \left( 3x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 = 0$
3.  $2 \cos \left( \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{3} \right) = -1$
4.  $\frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0$
5.  $\frac{2 \cos x + \sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$
6.  $\frac{\sin 2x}{\cos 2x - 1} = 0$
7.  $\left( \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right) \cdot \left( \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right) = 0$
8.  $(\cos 3x + 1) \cos \frac{x}{2} = 0$

**Вариант 7.**

1.  $\cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2.  $\sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$
3.  $\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(\frac{3x}{4} + \frac{\pi}{6}\right) = 1$
4.  $\frac{2 \sin x - \sqrt{3}}{2 \cos x + 1} = 0$
5.  $\frac{2 \cos x + \sqrt{3}}{2 \sin x - 1} = 0$
6.  $\frac{\sin 3x}{\cos 3x - 1} = 0$
7.  $(\sin 2x - 1) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$
8.  $\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1\right) (\cos 2x + 1) = 0$

**Вариант 8.**

1.  $\cos \frac{3x}{4} = 1$
2.  $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{5} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$
3.  $2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} = 0$
4.  $\frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$
5.  $\frac{2 \cos x - \sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$
6.  $\frac{\cos 2x}{\sin 2x + 1} = 0$
7.  $(1 + \sin x) \cdot \left(1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}\right) = 0$
8.  $\sin 4x \left(\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0$

**Вариант 9.**

1.  $\cos \frac{x}{3} = 0$
2.  $\operatorname{tg} \left( \frac{3x}{4} - \frac{\pi}{4} \right) = 1$
3.  $2 \sin \left( 3x + \frac{\pi}{3} \right) + \sqrt{3} = 0$
4.  $\frac{2 \sin x + 1}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$
5.  $\frac{2 \cos x - 1}{2 \sin x + \sqrt{3}} = 0$
6.  $\frac{\cos 3x}{\cos 2x + 1} = 0$
7.  $(\cos 4x + 1) \cdot \sin 2x = 0$
8.  $\left( \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 \right) (\operatorname{tg} x + 1) = 0$

**Вариант 10.**

1.  $\operatorname{tg} \frac{2x}{3} = \frac{1}{2}$
2.  $\cos \left( 3x + \frac{\pi}{3} \right) = -1$
3.  $3 \sin \left( \frac{x}{4} - \frac{\pi}{6} \right) + 1 = 0$
4.  $\frac{2 \sin x - \sqrt{2}}{2 \cos x + \sqrt{2}} = 0$
5.  $\frac{2 \cos x + 1}{2 \sin x - \sqrt{3}} = 0$
6.  $\frac{\sin 3x + 1}{2 \sin x + 1} = 0$
7.  $(\cos x - 1) \cdot \cos \frac{x}{2} = 0$
8.  $(\sin x - 1) \left( \operatorname{tg} \left( x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 \right) = 0$

**Вариант 11.**

1.  $\sin 6x = -\frac{1}{2}$

2.  $\cos\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1$

3.  $\sqrt{6} \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}$

4.  $\frac{2\sin x + \sqrt{2}}{2\cos x + \sqrt{2}} = 0$

5.  $\frac{2\cos x + \sqrt{3}}{2\sin x + 1} = 0$

6.  $\frac{1 + \cos 3x}{\sin x} = 0$

7.  $\left(\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1\right) \cdot \left(\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1\right) = 0$

8.  $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) (\operatorname{tg} x - 1) = 0$

**Вариант 12.**

1.  $\cos \frac{x}{8} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

2.  $\sin\left(\frac{3x}{5} + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3.  $-\operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$

4.  $\frac{2\sin x - \sqrt{3}}{2\cos x - 1} = 0$

5.  $\frac{2\cos x - \sqrt{3}}{2\sin x - 1} = 0$

6.  $\frac{\sin 6x}{1 - \cos 6x} = 0$

7.  $\left(\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) \cdot \left(\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0$

8.  $(\sin 3x - 1) \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1\right) = 0$

## Вариант 1

1.  $x = 3 \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

2.  $x = -\frac{10\pi}{9} + \frac{8\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

3.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

## Вариант 2

1.  $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

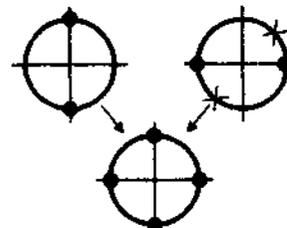
2.  $x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbf{Z}.$

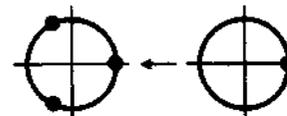
3.  $x = \pm \frac{3\pi}{8} - \frac{3\pi}{8} + 3\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.   $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.   $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.   $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.   $x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

8.   $x = \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

### Вариант 3

1.  $x = \frac{3\pi}{4} + 3\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

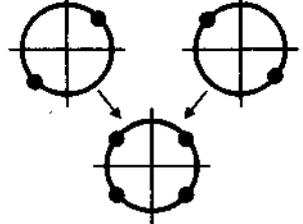
2.  $x = -\frac{7\pi}{48} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbf{Z}.$

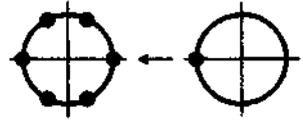
3.  $x = \pm \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.   $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.   $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.   $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.   $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

8.   $x = \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

## Вариант 4

1.  $x = \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

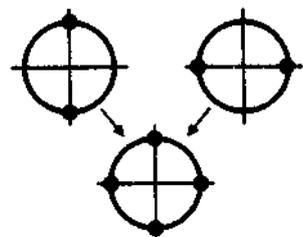
2.  $x = \pm \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{15} + \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbf{Z}.$

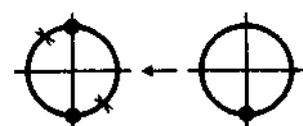
3.  $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.   $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.   $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.   $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.   $x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

8.   $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

## Вариант 5

1.  $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

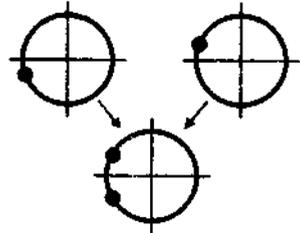
2.  $x = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 5 + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

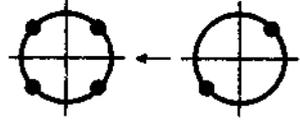
3.  $x = \pm 4 \arccos \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{2\pi}{3} + 8\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.   $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.   $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.   $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

7.   $x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.   $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

## Вариант 6

1.  $x = (-1)^n \frac{5\pi}{3} + 5\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

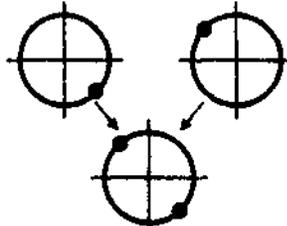
2.  $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

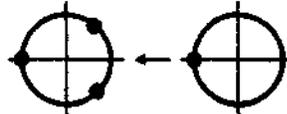
3.  $x = \pm \frac{4\pi}{9} + \frac{2\pi}{9} + \frac{4\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

4.   $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.   $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.   $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.   $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.   $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

## Вариант 7

1.  $x = \pm \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

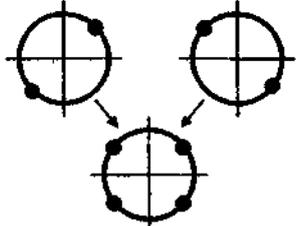
2.  $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{4} + 3\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

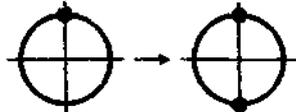
3.  $x = \frac{4\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

4.   $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.   $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.   $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

7.   $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

8.   $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

## Вариант 8

1.  $x = \frac{8\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

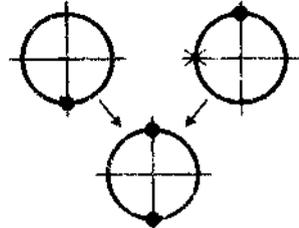
2.  $x = \frac{5\pi}{2} + 5\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

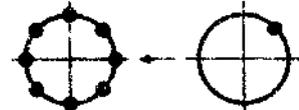
3.  $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

4.   $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.   $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.   $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.   $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.   $x = \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbf{Z}.$

## Вариант 9

1.  $x = \frac{3\pi}{2} + 3\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

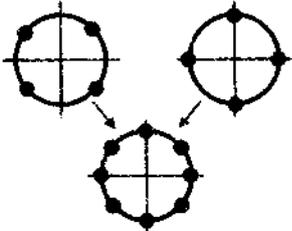
2.  $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

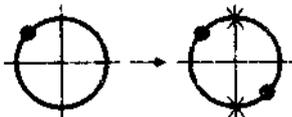
3.  $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{9} - \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

4.   $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.   $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.   $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.   $x = \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbf{Z}.$

8.   $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

## Вариант 10

1.  $x = \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{3\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

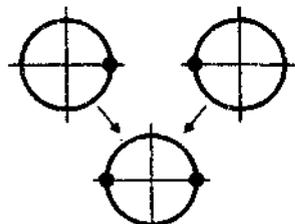
2.  $x = \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

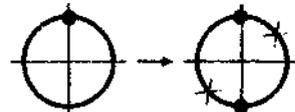
3.  $x = (-1)^{n+1} \cdot 4 \arcsin \frac{1}{3} + \frac{2\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.   $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.   $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.   $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.   $x = \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.   $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

## Вариант 11

1.  $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{36} + \frac{\pi n}{6}, n \in \mathbf{Z}.$

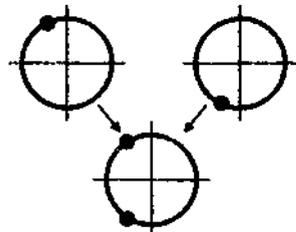
2.  $x = \frac{\pi}{10} + \frac{4\pi n}{5}, n \in \mathbf{Z}.$

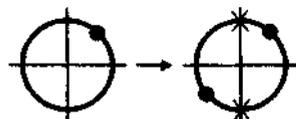
3.  $x = 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.   $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.   $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.   $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.   $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.   $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

## Вариант 12

1.  $x = \pm 6\pi + 16\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

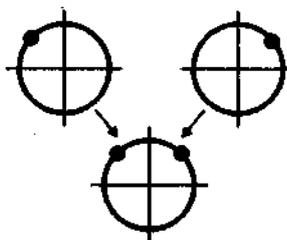
2.  $x = (-1)^n \frac{5\pi}{9} - \frac{5\pi}{9} + \frac{5\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

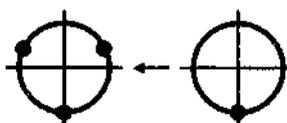
3.  $x = -\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

4.   $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.   $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.   $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

7.   $x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.   $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$