

Ортоцентр и ортотреугольник

1. Постройте треугольник по основаниям высот.
2. Постройте треугольник
 - а) по центрам трёх внеписанных окружностей;
 - б) по центрам вписанной окружности и двух внеписанных окружностей.
3. Через середины «длинных» дуг описанной окружности треугольника проведены прямые, параллельные соответствующим биссектрисам углов треугольника. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.
4. **Отражения ортоцентра.** Постройте треугольник
 - а) по точкам, симметричным ортоцентру относительно сторон треугольника.
 - б) по точкам, симметричным ортоцентру относительно середин сторон треугольника.
5. **Три равные окружности** пересекаются в точке H . A, B, C – их вторые точки пересечения.
 - а) Докажите, что H – ортоцентр $\triangle ABC$.
 - б) Докажите, что окружность, описанная около $\triangle ABC$, равна исходным.
6. **Окружность 9 точек.** Точки A, B, C, D – вершины и ортоцентр треугольника Δ . Пусть ω – описанная окружность его ортотреугольника.
 - а) Докажите, что ω содержит середины всех $C_4^2 = 6$ отрезков с концами в точках A, B, C, D .
 - б) Докажите, что центр ω находится посередине между ортоцентром и центром описанной окружности треугольника Δ .
7. Восстановите треугольник по точкам...
 - а) ... A, I, O .
 - б) ... I, I_A, O .
 - в) ... I_B, I_C, O .
8. В треугольнике ABC ($AB < BC$) M – середина AC , N – середина дуги ABC описанной окружности треугольника, а I – центр вписанной окружности. Докажите, что углы IMA и INB равны.
9. **Задача Фаньяно.** В остроугольный треугольник впишите треугольник наименьшего возможного периметра.
10. Дан треугольник. Радиус его описанной окружности равен R , а периметр его ортотреугольника равен P . Чему равна площадь данного треугольника?

Ортоцентр и ортотреугольник

1. Постройте треугольник по основаниям высот.
2. Постройте треугольник
 - а) по центрам трёх внеписанных окружностей;
 - б) по центрам вписанной окружности и двух внеписанных окружностей.
3. Через середины «длинных» дуг описанной окружности треугольника проведены прямые, параллельные соответствующим биссектрисам углов треугольника. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.
4. **Отражения ортоцентра.** Постройте треугольник
 - а) по точкам, симметричным ортоцентру относительно сторон треугольника.
 - б) по точкам, симметричным ортоцентру относительно середин сторон треугольника.
5. **Три равные окружности** пересекаются в точке H . A, B, C – их вторые точки пересечения.
 - а) Докажите, что H – ортоцентр $\triangle ABC$.
 - б) Докажите, что окружность, описанная около $\triangle ABC$, равна исходным.
6. **Окружность 9 точек.** Точки A, B, C, D – вершины и ортоцентр треугольника Δ . Пусть ω – описанная окружность его ортотреугольника.
 - а) Докажите, что ω содержит середины всех $C_4^2 = 6$ отрезков с концами в точках A, B, C, D .
 - б) Докажите, что центр ω находится посередине между ортоцентром и центром описанной окружности треугольника Δ .
7. Восстановите треугольник по точкам...
 - а) ... A, I, O .
 - б) ... I, I_A, O .
 - в) ... I_B, I_C, O .
8. В треугольнике ABC ($AB < BC$) M – середина AC , N – середина дуги ABC описанной окружности треугольника, а I – центр вписанной окружности. Докажите, что углы IMA и INB равны.
9. **Задача Фаньяно.** В остроугольный треугольник впишите треугольник наименьшего возможного периметра.
10. Дан треугольник. Радиус его описанной окружности равен R , а периметр его ортотреугольника равен P . Чему равна площадь данного треугольника?