

1. Подберите какой-либо набор цифр на места звездочек в десятичной записи $\overline{123***789}$ так, чтобы полученное число...
 - (a) ... делилось на 9.
 - (b) ... делилось на 27.
2. Среди всех пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих уравнению $3x + 13y = 1$, найдите хотя бы одну такую, для которой
 - (a) ... $|xy| > 10^6$.
 - (b) ... $|x| + |y| > 10^6$.
3. Дан граф. Докажите, что можно в каждой вершине вписать по натуральному числу так, чтобы в соединённых вершинах были написаны не взаимно простые числа, а в не содинённых — взаимно простые. Решите задачу для...
 - (a) ... графа, нарисованного на доске.
 - (b) ... произвольного графа.
4. Какое наименьшее число рёбер может быть в связном графе на n вершинах?
5. Какое наибольшее число рёбер может быть в несвязном графе на n вершинах без кратных рёбер и петель?
6. На плоскости даны прямые p и q . Найдите в этой же плоскости геометрическое место точек M таких, что $d_p(M) : d_q(M) = 2 : 3$.
7. На окружности ω отмечены точки A и B . Найдите геометрическое место точек пересечения медиан всевозможных треугольников ABC , где $C \in \omega$.
8. По линиям сетки построен прямоугольник 1001×2001 . Можно ли в прямоугольнике провести по линиям сетки замкнутую ломаную, которая ровно один раз проходила бы через каждый узел сетки, расположенный внутри или на границе прямоугольника? Если можно, то какова её длина? А если размеры прямоугольника 1000×2000 ?
9. В каждой клетке квадрата 8×8 клеток проведена одна из диагоналей. Объединение этих 64 диагоналей состоит из нескольких связных частей. Может ли количество этих частей быть больше 15? а больше 20?

1. Подберите какой-либо набор цифр на места звездочек в десятичной записи $\overline{123***789}$ так, чтобы полученное число...
 - (a) ... делилось на 9.
 - (b) ... делилось на 27.
2. Среди всех пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих уравнению $3x + 13y = 1$, найдите хотя бы одну такую, для которой
 - (a) ... $|xy| > 10^6$.
 - (b) ... $|x| + |y| > 10^6$.
3. Дан граф. Докажите, что можно в каждой вершине вписать по натуральному числу так, чтобы в соединённых вершинах были написаны не взаимно простые числа, а в не содинённых — взаимно простые. Решите задачу для...
 - (a) ... графа, нарисованного на доске.
 - (b) ... произвольного графа.
4. Какое наименьшее число рёбер может быть в связном графе на n вершинах?
5. Какое наибольшее число рёбер может быть в несвязном графе на n вершинах без кратных рёбер и петель?
6. На плоскости даны прямые p и q . Найдите в этой же плоскости геометрическое место точек M таких, что $d_p(M) : d_q(M) = 2 : 3$.
7. На окружности ω отмечены точки A и B . Найдите геометрическое место точек пересечения медиан всевозможных треугольников ABC , где $C \in \omega$.
8. По линиям сетки построен прямоугольник 1001×2001 . Можно ли в прямоугольнике провести по линиям сетки замкнутую ломаную, которая ровно один раз проходила бы через каждый узел сетки, расположенный внутри или на границе прямоугольника? Если можно, то какова её длина? А если размеры прямоугольника 1000×2000 ?
9. В каждой клетке квадрата 8×8 клеток проведена одна из диагоналей. Объединение этих 64 диагоналей состоит из нескольких связных частей. Может ли количество этих частей быть больше 15? а больше 20?