

Геометрия четырехугольников

1. В четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 2, BC = 4, CD = 5$ вписали окружность и вокруг него описали окружность. Найдите площадь четырёхугольника.
2. Основания AB и CD трапеции $ABCD$ равны 155 и 13 соответственно, а её диагонали взаимно перпендикулярны. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{AD}$ и $\vec{BC}$.
3. Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны, а боковые стороны образуют угол 30° . Основания имеют длины 6 и 2. Найдите высоту трапеции.
4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ прямые AD и BC перпендикулярны, а длина отрезка, соединяющего середины диагоналей BD и AC , равна 2013. Найдите длину отрезка, соединяющего середины сторон CD и AB .
5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагонали AC и DB перпендикулярны сторонам DC и AB соответственно. Из точки B проведён перпендикуляр на сторону AD , пересекающий AC в точке O . Найдите AO , если $AB = 4, OC = 6$.
6. Прямоугольник, отношение сторон которого равно 5, имеет наибольшую площадь среди всех прямоугольников, вершины которых лежат на сторонах данного ромба, а стороны параллельны диагоналям ромба. Найдите острый угол ромба.
7. В трапеции $ABCD$, где $BC \parallel AD$, а диагонали пересекаются в точке O , на отрезке BC выбрана точка K так, что $BK : CK = 2 : 1$, а на отрезке AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 1 : 2$. Найти площадь треугольника COD , если $AD = 5, BC = 2, KM = 7/3$, а $\cos \angle CAD = 1/3$.

Геометрия многоугольников

8. Города A, B, C, D, E лежат на одной окружности и попарно соединены прямыми дорогами. Два велосипедиста выехали одновременно из A в D и из C в E , повстречавшись в пути. Затем они выехали одновременно из D в B и из E в C , опять повстречавшись в пути. Наконец, они выехали одновременно из B в E и из C в B , прибыв в пункты назначения одновременно. Найдите BC , если $AE = 2$ км и $CD = 4$ км, а скорость каждого велосипедиста постоянна.
9. Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$. Точки M, N, P и Q – середины сторон AB, BC, CD и DE соответственно, точки H и K – середины MP и NQ соответственно. Найдите длину отрезка HK , если $AE = 7$.

Геометрия четырехугольников

1. В четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 2, BC = 4, CD = 5$ вписали окружность и вокруг него описали окружность. Найдите площадь четырёхугольника.
2. Основания AB и CD трапеции $ABCD$ равны 155 и 13 соответственно, а её диагонали взаимно перпендикулярны. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BC}$.
3. Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны, а боковые стороны образуют угол 30° . Основания имеют длины 6 и 2. Найдите высоту трапеции.
4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ прямые AD и BC перпендикулярны, а длина отрезка, соединяющего середины диагоналей BD и AC , равна 2013. Найдите длину отрезка, соединяющего середины сторон CD и AB .
5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагонали AC и DB перпендикулярны сторонам DC и AB соответственно. Из точки B проведён перпендикуляр на сторону AD , пересекающий AC в точке O . Найдите AO , если $AB = 4, OC = 6$.
6. Прямоугольник, отношение сторон которого равно 5, имеет наибольшую площадь среди всех прямоугольников, вершины которых лежат на сторонах данного ромба, а стороны параллельны диагоналям ромба. Найдите острый угол ромба.
7. В трапеции $ABCD$, где $BC \parallel AD$, а диагонали пересекаются в точке O , на отрезке BC выбрана точка K так, что $BK : CK = 2 : 1$, а на отрезке AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 1 : 2$. Найти площадь треугольника COD , если $AD = 5, BC = 2, KM = 7/3$, а $\cos \angle CAD = 1/3$.

Геометрия многоугольников

8. Города A, B, C, D, E лежат на одной окружности и попарно соединены прямыми дорогами. Два велосипедиста выехали одновременно из A в D и из C в E , повстречавшись в пути. Затем они выехали одновременно из D в B и из E в C , опять повстречавшись в пути. Наконец, они выехали одновременно из B в E и из C в B , прибыв в пункты назначения одновременно. Найдите BC , если $AE = 2$ км и $CD = 4$ км, а скорость каждого велосипедиста постоянна.
9. Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$. Точки M, N, P и Q – середины сторон AB, BC, CD и DE соответственно, точки H и K – середины MP и NQ соответственно. Найдите длину отрезка HK , если $AE = 7$.