

Логические задачи и алгоритмы

1. В турнире участвуют 100 борцов, все разной силы. Более сильный всегда побеждает более слабого. Борцы разбились на пары и провели поединки. Затем разбились на пары по-другому и снова провели поединки. Призы получили те, кто выиграл оба поединка. Каково наименьшее возможное количество призёров?
2. На острове живут 100 рыцарей и 100 лжецов, у каждого из них есть хотя бы один друг. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды утром каждый житель произнес либо фразу "Все мои друзья – рыцари либо фразу "Все мои друзья – лжецы причем каждую из фраз произнесло ровно 100 человек. Найдите наименьшее возможное число пар друзей, один из которых рыцарь, а другой – лжец.
3. В тюрьме сидят 10 заключенных, каждый – в одиночной камере. Общаться между собой они не могут. В один прекрасный день начальник тюрьмы объявил им, что предоставляет всем шанс выйти на свободу на следующих условиях:
«В подвале тюрьмы есть комната с переключателем, имеющим два состояния: ON и OFF («вкл.» и «выкл.»). Каждую ночь я буду приводить в эту комнату ровно одного заключенного (выбирая его абсолютно случайно) и через некоторое время уводить. Находясь в комнате, каждый из вас может либо изменить положение переключателя, либо ничего с ним не делать. Персонал тюрьмы трогать этот переключатель не будет. В какой-то момент один из вас (любой) должен понять, что в комнате побывали все заключенные, и сообщить об этом. Если он окажется прав — всех отпустят, если ошибется — все вы навсегда останетесь в тюрьме. Я обещаю, что в комнате побывают все заключенные, причем каждого будут приводить туда неограниченное число раз».
После этого заключенным разрешили собраться и обсудить стратегию действий, а потом развели обратно по камерам.
Могут ли заключенные гарантированно выйти на свободу, и если да, то как им этого добиться?
4. В зоопарке жили 200 попугаев. Однажды они по очереди сделали по одному заявлению. Начиная со 2-го, все заявления были "Среди сделанных ранее заявлений ложных – более 70%". Сколько всего ложных заявлений сделали попугаи?
5. Переаттестация Совета Мудрецов происходит так: король выстраивает их в колонну по одному и надевает каждому колпак белого или черного цветов. Все мудрецы видят цвета всех колпаков впереди стоящих мудрецов, а цвет своего и всех стоящих сзади не видят.

Раз в минуту один из мудрецов должен выкрикнуть один из двух цветов (каждый мудрец выкрикивает цвет один раз). После окончания этого процесса король казнит каждого мудреца, выкрикнувшего цвет, отличный от цвета его колпака.

Накануне переаттестации все сто членов Совета Мудрецов договорились и придумали, как минимизировать число казненных.

Скольким из них гарантированно удастся избежать казни?

6. Император пригласил на праздник 2015 волшебников, добрых и злых, при этом волшебники знают, кто добрый и кто злой, а император – нет. Добрый волшебник всегда говорит правду, а злой говорит что угодно.

На празднике император сначала выдаёт каждому волшебнику по бумажке с вопросом (требующим ответа "да" или "нет"), затем волшебники отвечают, и после всех ответов император одного изгоняет. Волшебник выходит в заколдованную дверь, и император узнаёт, добрый он был или злой. После этого император вновь выдаёт каждому из оставшихся волшебников по бумажке с вопросом, вновь одного изгоняет, и так далее, пока император не решит остановиться (это возможно после любого из ответов, и после остановки можно никого не изгонять).

Докажите, что император может изгнать всех злых волшебников, удалив при этом не более одного доброго.

7. Петя нарисовал на плоскости квадрат, разделил на 64 одинаковых квадрата и раскрасил их в шахматном порядке в чёрный и белый цвета. После этого он загадал точку, находящуюся строго внутри одного из этих квадратов. Вася может начертить на плоскости любую замкнутую ломаную без самопересечений и получить ответ на вопрос, находится ли загаданная точка строго внутри ломаной или нет.

За какое наименьшее количество таких вопросов Вася может узнать, какого цвета загаданная точка – белого или чёрного?

8. Среди пяти внешне одинаковых монет 3 настоящие и две фальшивые, одинаковые по весу, но неизвестно, тяжелее или легче настоящих. Как за наименьшее число взвешиваний найти хотя бы одну настоящую монету?
9. Имеется 11 мешков монет. В 10 из них монеты настоящие, а в одном – все монеты фальшивые. Все настоящие монеты одного веса, все фальшивые монеты – также одного, но другого веса. Имеются весы, с помощью которых можно определить, какой из двух грузов тяжелее и на сколько. Двумя взвешиваниями определить, в каком мешке фальшивые монеты.