Остатки

группа «Воче»

Определения и Обозначения:

1) $b \mid a$ означает, что b делит a, это то же самое, что a делится на b

2) $a \equiv b(mod \;\; m)$ означает, что $m \mid (a - b)$

3) любое число a мы можем поделить с остатком на число m и получить $a = k \cdot m + r$, где $0 \leq r < m$б r — остаток от деления на m. Тогда $a \equiv r(mod \;\; m)$.

Задачи

1. Найдите такое x, что

   а) $5x \equiv 3(mod \;\; 7)$

   б) $33x \equiv 2(mod \;\; 5)$

   в) $12345x \equiv 54321(mod \;\; 11)$

2. Найдите такое x, при котором одновременно выполняется $3x \equiv 1(mod \;\; 5)$, $7x \equiv 3(mod \;\; 6)$

3. Пусть $N_1 = k_1 \cdot 3 + r_1$, $N_2 = k_2 \cdot 3 + r_2$ (мы поделили их на 3 с остатком, по пункту (3) $N_1 \equiv r_1(mod \;\; 3)$, $N_2 \equiv r_2(mod \;\; 3)$).

   Докажите, что $N_1 \cdot N_2 \equiv r_1 \cdot r_2(mod \;\; 3)$

4. Пусть для чисел a,b,c,d выполнено следующее: $a \equiv b(mod \;\; m)$ и $c \equiv d(mod \;\; m)$. Докажите, что $a \pm c \equiv b \pm d(mod \;\; m)$

5. Пусть ля чисел a,b выполнено следующее: $a \equiv b(mod \;\; m)$. Докажите, что $a \cdot n \equiv b \cdot n(mod \;\; m)$

6. Пусть $a \cdot n \equiv b \cdot n(mod \;\; m)$, при этом $(n, m) = 1$ (то есть n, m взаимно просты). Докажите, что тогда $a \equiv b(mod \;\; m)$.

7. Пусть a,b_1,b_2 взаимно просты с m, и b_1 и b_2 имеют разные остатки по модулю m. Докажите, что тогда $a \cdot b_1$ и $a \cdot b_2$ взаимно просты с m, а также $a \cdot b_1$ и $a \cdot b_2$ имеют разные остатки по модулю m