

Уравнения в целых числах — 1

группа «Кайсия»

1. Кузнечик прыгает по числовой прямой. Сначала он делает один или несколько прыжков длины 3 в одну сторону, а затем один или несколько прыжков длины 5 в другую сторону. Как ему попасть из точки 0 в точку 7? Найдите все варианты.
2. Найдите какое-нибудь решение уравнения в целых числах:
 - а) $15x + 17y = 1$;
 - б) $15x + 17y = 9$.
3. Один мастер делает на длинной ленте пометки синим фломастером от её начала через каждые 34 см, другой мастер делает пометки красным фломастером через каждые 27 см. Может ли какая-либо синяя пометка оказаться на расстоянии 2 см от какой-либо красной?

Основная лемма.

!! Если числа a и b взаимно просты, то найдутся такие целые x_0 и y_0 , что $ax_0 + by_0 = 1$.

4. Имеют ли решение следующие диофантовы уравнения?
 - а) $6x + 8y = 9$;
 - б) $5x + 10y = 17$;
 - в) $25x + 10y = 55$;
 - г) $12x + 15y = 22$;
 - д) $24x + 18y = 2010$?
5. Докажите **критерий разрешимости линейного диофантова уравнения**:
 - а) Если c делится на (a, b) , то уравнение $ax + by = c$ имеет бесконечно много решений в целых числах.
 - б) Если же c не делится на (a, b) , то уравнение $ax + by = c$ не имеет решений в целых числах.

Уравнения в целых числах — 2

группа «Кайсия»

1. Найдите все целые решения уравнений:

а) $19x - 5y = -1$;

б) $23x - 17y = 11$;

в) $53x - 47y = 11$;

г) $35x - 18y = 3$;

д) $85x - 71y = 5$;

е) $41x - 11y = 7$.

2. Имеются контейнеры двух видов: по 190 кг и по 170 кг. Можно ли полностью загрузить ими грузовик грузоподъемностью 3 т?

3. Ученик решает задание из 20 задач. За верно решённую задачу ему ставят +8 баллов, за неверно решённую ставят (−5) баллов, за задачу, которую не брался решать, − 0 баллов. Сколько задач он брался решать, если в сумме он получил 13 баллов?

4. Сколько точек с целочисленными координатами, удовлетворяющими неравенствам $x < 0$ и $y > 0$, лежат на прямой $8x - 13y + 11 = 0$?

5. Пусть a и b – взаимно простые натуральные числа. Докажите, что уравнение

$$ax + by = ab$$

не имеет решений в натуральных числах.

6. У продавца есть 100-граммовые гирьки и консервные банки весом по 450 г. Как с их помощью отвесить на чашечных весах 2,5 кг сахара за один раз, используя наименьшее общее количество гирек и банок?