

Зачетный листок

Выполняется письменно. Запишите подробные решения.

Полностью верное решение каждого пункта каждой задачи приносит 3 балла.

Границы оценок: 23-27 баллов = «5», 18-22 баллов = «4», 13-17 баллов = «3».

Перечисления

1. Дано множество из 2015 элементов.

(а) Сколько у него подмножеств (включая пустое и всё множество)?

(б) Докажите, что $C_{2015}^0 + C_{2015}^1 + \dots + C_{2015}^{2013} + C_{2015}^{2014} + C_{2015}^{2015} = 2^{2015}$

(в) Каких подмножеств больше: состоящих из 33 элементов или состоящих из 1982 элементов?

Остатки

2. (а) Решите уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 7$ в целых x, y, z .

(б) Какие остатки дают квадраты целых чисел от деления на 8?

(в) Можно ли число 2015 представить в виде суммы квадратов трех целых чисел?

Графы

3. В некотором государстве имеется 200 городов.

(а) Какое наибольшее число дорог можно между ними провести?

(б) Какое наименьшее число дорог можно провести, чтобы от любого города можно было (возможно, с пересадками) проехать в любой другой?

(в) Какое наибольшее число дорог можно провести так, чтобы не от любого города можно было (возможно, с пересадками) проехать в любой другой?

Притча

В сутре Будда рассказал притчу: “Человек пересекал поле, на котором жил тигр. Он бежал со всех ног, тигр за ним. Подбежав к обрыву, он стал карабкаться по склону, уцепившись за корень дикой лозы, и повис на нем. Тигр фыркал на него сверху.

Дрожа, человек смотрел вниз, где другой тигр поджидал его, чтобы съесть. Только лоза удерживала его. Две мышки, одна белая, другая черная, понемногу стали подгрызать лозу. Человек увидел возле себя ароматную землянику. Уцепившись одной рукой за лозу, другой он стал рвать землянику.

Какая же она была сладкая!

Зачетный листок

Выполняется письменно. Запишите подробные решения.

Полностью верное решение каждого пункта каждой задачи приносит 3 балла.

Границы оценок: 23-27 баллов = «5», 18-22 баллов = «4», 13-17 баллов = «3».

Перечисления

1. Дано множество из 2015 элементов.

(а) Сколько у него подмножеств (включая пустое и всё множество)?

(б) Докажите, что $C_{2015}^0 + C_{2015}^1 + \dots + C_{2015}^{2013} + C_{2015}^{2014} + C_{2015}^{2015} = 2^{2015}$

(в) Каких подмножеств больше: состоящих из 33 элементов или состоящих из 1982 элементов?

Остатки

2. (а) Решите уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 7$ в целых x, y, z .

(б) Какие остатки дают квадраты целых чисел от деления на 8?

(в) Можно ли число 2015 представить в виде суммы квадратов трех целых чисел?

Графы

3. В некотором государстве имеется 200 городов.

(а) Какое наибольшее число дорог можно между ними провести?

(б) Какое наименьшее число дорог можно провести, чтобы от любого города можно было (возможно, с пересадками) проехать в любой другой?

(в) Какое наибольшее число дорог можно провести так, чтобы не от любого города можно было (возможно, с пересадками) проехать в любой другой?

Притча

В сутре Будда рассказал притчу: “Человек пересекал поле, на котором жил тигр. Он бежал со всех ног, тигр за ним. Подбежав к обрыву, он стал карабкаться по склону, уцепившись за корень дикой лозы, и повис на нем. Тигр фыркал на него сверху.

Дрожа, человек смотрел вниз, где другой тигр поджидал его, чтобы съесть. Только лоза удерживала его. Две мышки, одна белая, другая черная, понемногу стали подгрызать лозу. Человек увидел возле себя ароматную землянику. Уцепившись одной рукой за лозу, другой он стал рвать землянику.

Какая же она была сладкая!

Зачетный тест

Вариант 1

1. В шахматном турнире по круговой системе, в котором участвуют 6 школьников, сыграно 10 партий. Известно, что каждый участник сыграл не менее двух встреч, Ваня провел 4 встречи, а Миша — 3. Сыграл ли еще кто-нибудь, кроме Вани, больше, чем Миша, если Ваня и Миша между собой не встречались?

2. Четным или нечетным является число людей, живших когда-либо на Земле и сделавших нечетное число рукопожатий?

3. Для отправки поздравления есть конверты трех видов, на которые клеится одна из двух марок и в которые вкладывается одна из четырех открыток. Сколько существует способов сделать поздравление по почте?

4. Докажите, что сумма квадратов трёх целых чисел не может при делении на 8 дать в остатке 7.

5. Сколько всего существует семизначных чисел, состоящих из 4 единиц и 3 нулей?

Притча

В сутре Будда рассказал притчу: “Человек пересекал поле, на котором жил тигр. Он бежал со всех ног, тигр за ним. Подбежав к обрыву, он стал карабкаться по склону, уцепившись за корень дикой лозы, и повис на нем. Тигр фыркал на него сверху.

Дрожа, человек смотрел вниз, где другой тигр поджидал его, чтобы съесть. Только лоза удерживала его. Две мышки, одна белая, другая черная, понемногу стали подгрызать лозу. Человек увидел возле себя ароматную землянику. Уцепившись одной рукой за лозу, другой он стал рвать землянику.

Какая же она была сладкая!

Зачетный тест

Вариант 2

1. В шахматном турнире по круговой системе, в котором участвуют 5 школьников, сыграно 6 партий. Больше всего встреч провели Ваня и Миша – по 3. Какое число партий сыграл участник, проводший наименьшее число встреч?

2. Марсиане очень любят танцевать танцы, в которых нужно братья за руки. В танце «Пирамидка» может участвовать не более 7 марсиан, у каждого из которых не более трёх рук. Какое наибольшее число рук может быть у танцующих, если любая рука одного марсианина держит ровно одну руку другого марсианина.

3. В подарок для первоклассника на 1 сентября входит книжка (одна из четырех видов) и открытка (одна из трех видов). Книжка и открытка вручаются в красивом пакете двух видов: голубой и розовый. Можно ли подарить различные подарки 25 первоклассникам?

4. Докажите, что если к произвольному трехзначному числу приписать число, записанное теми же цифрами в обратном порядке, то результат будет делиться на 11.

5. Сколькими способами можно составить цепочку из 7 красных и 3 синих бусинок, чтобы рядом не было синих бусинок?

Притча

В сутре Будда рассказал притчу: “Человек пересек поле, на котором жил тигр. Он бежал со всех ног, тигр за ним. Подбежав к обрыву, он стал карабкаться по склону, уцепившись за корень дикой лозы, и повис на нем. Тигр фыркал на него сверху.

Дрожа, человек смотрел вниз, где другой тигр поджидал его, чтобы съесть. Только лоза удерживала его. Две мышки, одна белая, другая черная, понемногу стали подгрызать лозу. Человек увидел возле себя ароматную землянику. Уцепившись одной рукой за лозу, другой он стал рвать землянику.

Какая же она была сладкая!

Зачетный тест

Вариант 3

1. В шахматном турнире по круговой системе, в котором участвуют 6 школьников. Известно, что Кеша сыграл 5 партий, Толя — 4, Семен — 2, Вася — 1. Сколько встреч провели еще 2 участника: Андрей и Саша?

2. В танце «Большая Пирамида» может участвовать не менее 7 марсиан, у каждого из которых не менее пяти рук. Какое наименьшее число рук может быть у танцующих, если любая рука одного марсианина держит ровно одну руку другого марсианина.

3. В новогодний подарок для первоклассника входит одна игрушка, одна шоколадка и одна книжка. Для формирования подарков купили игрушки четырех видов, шоколадки двух сортов и книги трех авторов. В классе 25 учеников. Докажите, что хотя бы двое из них получают одинаковые подарки.

4. Число при делении на 4 дает остаток 3. Какой остаток оно дает при делении на 8?

5. Сколько всего существует семизначных чисел, состоящих из 3 единиц и 4 нулей?

Притча

В сутре Будда рассказал притчу: “Человек пересекал поле, на котором жил тигр. Он бежал со всех ног, тигр за ним. Подбежав к обрыву, он стал карабкаться по склону, уцепившись за корень дикой лозы, и повис на нем. Тигр фыркал на него сверху.

Дрожа, человек смотрел вниз, где другой тигр поджидал его, чтобы съесть. Только лоза удерживала его. Две мышки, одна белая, другая черная, понемногу стали подгрызать лозу. Человек увидел возле себя ароматную землянику. Уцепившись одной рукой за лозу, другой он стал рвать землянику.

Какая же она была сладкая!

Зачетный тест

Вариант 4

1. В шахматном турнире по круговой системе участвуют 5 школьников. Известно, что Миша и Саша провели по 4 встречи, Костя и Женя — по 3, Ваня — 2. С кем сыграл Ваня?

2. Можно ли на плоскости нарисовать 7 отрезков так, чтобы каждый из них пересекался ровно с тремя другими?

3. Монету бросают три раза. Сколько различных последовательностей орлов и решек можно получить? Выпишите их.

4. Число при делении на 8 дает остаток 7. Какой остаток оно дает при делении на 4?

5. Сколькими способами можно составить цепочку из 7 красных и 3 синих бусинок?

Притча

В сутре Будда рассказал притчу: “Человек пересекал поле, на котором жил тигр. Он бежал со всех ног, тигр за ним. Подбежав к обрыву, он стал карабкаться по склону, уцепившись за корень дикой лозы, и повис на нем. Тигр фыркал на него сверху.

Дрожа, человек смотрел вниз, где другой тигр поджидал его, чтобы съесть. Только лоза удерживала его. Две мышки, одна белая, другая черная, понемногу стали подгрызать лозу. Человек увидел возле себя ароматную землянику. Уцепившись одной рукой за лозу, другой он стал рвать землянику.

Какая же она была сладкая!