

Погружающий листок

Перечисления

1. Ладья стоит на левом поле клетчатой полосы 1×30 и за ход может сдвинуться на любое количество клеток вправо. Сколькими способами она может добраться до крайнего правого поля?

2. Сколькими способами можно разбить 14 человек на пары?

3. У людоеда в подвале томятся 25 пленников.

(а) Сколькими способами он может выбрать трех из них: одного на завтрак, другого на обед и третьего на ужин?

(б) Сколько у него есть способов выбрать троих, чтобы отпустить на свободу?

Остатки

4. На бесконечной шахматной доске рядом по диагонали стоят две черные шашки. Можно ли поставить на эту доску еще несколько черных шашек и одну белую так, чтобы белая шашка одним своим ходом взяла все черные шашки?

5. Целые числа x, y таковы, что $x^2 + y^2 : 7$. Докажите, что $xy : 49$.

6. Докажите, что для любого натурального n число $4^n + 15n - 1$ делится на 9.

Графы

7. В Тридевятом царстве лишь один вид транспорта – ковер-самолет. Из столицы выходит 21 ковровиния, из города Дальний – одна, а из всех остальных городов – по 20. Докажите, что из столицы можно долететь в Дальний (возможно, с пересадками).

8. Доска имеет форму креста, который получается, если из квадратной доски 4×4 выкинуть угловые клетки. Можно ли обойти её ходом шахматного коня и вернуться на исходное поле, побывав на всех полях ровно по разу?

9. Докажите, что для графа следующие свойства равносильны:

(а) Любые две вершины соединены ровно одним путем.

(б) Граф связный и без циклов.

← Такой граф называется *деревом*.

Конкурсная задача

Задача №2. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел получать вещи, выяснилось, что он забыл номер. Он только помнит, что в номере были числа 23 и 37. Чтобы открыть камеру, нужно правильно набрать пятизначный номер. Каково наименьшее количество номеров нужно перебрать, чтобы наверняка открыть камеру?

Погружающий листок

Перечисления

1. Ладья стоит на левом поле клетчатой полосы 1×30 и за ход может сдвинуться на любое количество клеток вправо. Сколькими способами она может добраться до крайнего правого поля?

2. Сколькими способами можно разбить 14 человек на пары?

3. У людоеда в подвале томятся 25 пленников.

(а) Сколькими способами он может выбрать трех из них: одного на завтрак, другого на обед и третьего на ужин?

(б) Сколько у него есть способов выбрать троих, чтобы отпустить на свободу?

Остатки

4. На бесконечной шахматной доске рядом по диагонали стоят две черные шашки. Можно ли поставить на эту доску еще несколько черных шашек и одну белую так, чтобы белая шашка одним своим ходом взяла все черные шашки?

5. Целые числа x, y таковы, что $x^2 + y^2 : 7$. Докажите, что $xy : 49$.

6. Докажите, что для любого натурального n число $4^n + 15n - 1$ делится на 9.

Графы

7. В Тридевятом царстве лишь один вид транспорта – ковер-самолет. Из столицы выходит 21 ковровиния, из города Дальний – одна, а из всех остальных городов – по 20. Докажите, что из столицы можно долететь в Дальний (возможно, с пересадками).

8. Доска имеет форму креста, который получается, если из квадратной доски 4×4 выкинуть угловые клетки. Можно ли обойти её ходом шахматного коня и вернуться на исходное поле, побывав на всех полях ровно по разу?

9. Докажите, что для графа следующие свойства равносильны:

(а) Любые две вершины соединены ровно одним путем.

(б) Граф связный и без циклов.

← Такой граф называется *деревом*.

Конкурсная задача

Задача №2. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел получать вещи, выяснилось, что он забыл номер. Он только помнит, что в номере были числа 23 и 37. Чтобы открыть камеру, нужно правильно набрать пятизначный номер. Каково наименьшее количество номеров нужно перебрать, чтобы наверняка открыть камеру?