Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2015 года

ВАРИАНТ КМ-15

1. Известно, что $f(x) = \frac{x}{0{,}2} + \frac{1}{5x}$. Найдите $f\left(\frac{1}{4}\right)$.

2. Найдите модуль разности корней уравнения $x^2 + 2014x - 2015 = 0$.

3. Решите уравнение $\sin x + \sin 2x + \cos x = 1$.

4. Решите неравенство

$$\frac{4^{x^2} - 16^{4x-8}}{\sqrt{x^2+4x} + \sqrt{12+4x-x^2}} > 0$$

5. На стороне AB треугольника ABC отмечена точка D. Окружности, вписанные в треугольники ACD и BCD, касаются CD в точках E и F соответственно, причём $CE : CF = 1 : 2$. Найдите отношение $AD : DB$, если известно, что радиусы указанных окружностей совпадают.

6. Ираида вышла из дому в 9:00 и направилась в магазин купить водички. Через некоторое время вслед за ней из дому выехал на велосипеде Ираклий в надежде нагнать её и попросить купить ещё и кефиру. Когда он догнал её, они взглянули друг другу в глаза и поняли, что оба забыли дома деньги. Ираида молча пошла дальше в сторону магазина, а Ираклий поехал обратно за деньгами. Взяв дома деньги, Ираклий, не теряя ни секунды, поехал в сторону магазина и прибыл к нему одновременно с Ираидой в 9:15. Во сколько Ираклий впервые выехал из дому, если он за эти 15 минут преодолел в два раза большее расстояние, чем она? Скорости Ираклия и Ираиды считать постоянными.

7. На рёбрах AA' и BB' правильной треугольной призмы с основаниями ABC и $A'B'C'$ отмечены точки D и E, так что $AD : DA' = B'E : EB = 1 : 2$. Найдите угол между плоскостями ABC и DEC, если известно, что данная призма является «каркасной», то есть существует сфера, касающаяся всех её рёбер.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_{\sin x} \cos y = \log_{\cos x} \sin y \\ x^2 + y^2 = \frac{5\pi^2}{36} \end{cases}$$

ЕГЭ-ОБ.РФ