

## Тренировочный вариант №39

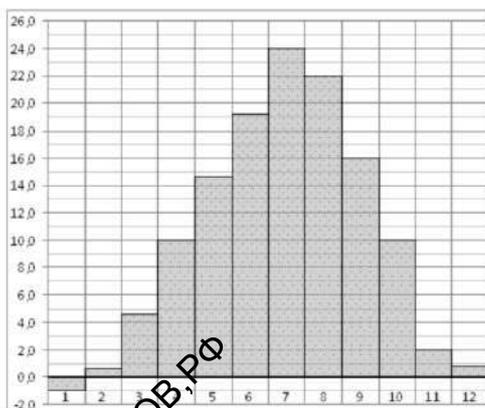
### Часть 1.

1.

В школе два седьмых класса. В первом 20 учеников, и их средний рост равен 159 см. Во втором – 30 учеников, их средний рост равен 154 см. Найдите средний рост всех семиклассников школы.

2.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 2005 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей температурой в 2005 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3.

Треугольник  $ABC$  задан координатами своих вершин:  $A(-4; 0)$ ,  $B(-1; 6)$ ,  $C(2; 0)$ . Точка  $K$  делит высоту  $BH$  в отношении  $2 : 1$ , считая от точки  $H$ . Найдите  $\cos(\angle AKC)$ .

4.

Монету бросают 8 раз. Найдите вероятность того, что выпадет ровно 4 орла. Результат округлите до сотых.

5.

Решите уравнение  $\sqrt{4x - 20} + x^2 + 5 = 6x + 2\sqrt{x - 5}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

6.

Трапеция  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  вписана в окружность.  $BC = 7$ ;  $AD = 13$ . Высота трапеции равна 4. Найдите радиус описанной окружности. В ответ запишите  $\frac{R}{\sqrt{29}}$

7.

Для машины, движущейся со скоростью 30 м/с, тормозной путь определяется формулой  $s(t) = 30t - 16t^2$ , где  $s(t)$  – путь в метрах,  $t$  – время торможения в секундах. В течение какого времени осуществляется торможение до полной остановки машины?

8.

Около прямоугольного параллелепипеда с ребрами 1, 3,  $\sqrt{15}$  описана сфера  $\omega$ . Через середину диагонали параллелепипеда проведена плоскость  $\pi$ , перпендикулярная этой диагонали. Найдите наибольший возможный радиус сферы расположенной внутри сферы  $\omega$ , которая касается плоскости  $\pi$  и сферы  $\omega$ .

9.

Найдите значение выражения  $\sqrt{3129 \cdot 3159 - 3127 \cdot 3161}$

**10.**

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала  $f = 150$  Гц и определяется следующим выражением:  $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$ , где  $c$  — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а  $u = 10$  м/с и  $v = 15$  м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости  $c$  (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике будет не менее 160 Гц.

**11.**

Для проведения ЕГЭ по математике было заготовлено 400 листов бумаги. Но так как на экзамен по болезни не явилось 20 человек, то на каждого экзаменуемого пришлось на 1 лист бумаги больше. Сколько листов бумаги было заготовлено на каждого экзаменуемого первоначально?

**12.**

Сколько точек экстремума имеет функция  $y = \frac{x^4}{4} - \frac{5x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} - 3x + 5 = 0$ ?

Часть 2.

**Задание 13.**

а) Решите уравнение

$$\sin x \cdot \sin 4x \cdot \sin 5x = \frac{1}{4} \sin 8x$$

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие промежутку  $[-11\pi; -10,5\pi]$

**Задание 14.**

Основание  $ABCD$  призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — трапеция с основаниями  $AB = 2CD$ .

а) Докажите, что плоскость  $BA_1 D_1$  проходит через середину бокового ребра  $CC_1$ .

б) Найдите угол между боковым ребром  $AA_1$  и этой плоскостью, если призма прямая, трапеция  $ABCD$  — прямоугольная с прямым углом при вершине  $B$ , а  $BC = CD$  и  $AA_1 = \sqrt{CD}$ .

**Задание 15.**

Решите неравенство

$$|x^2 - x| + |1 - \sqrt{\log_2(1+x)}| > x - x^2 + \sqrt{\log_2(1+x)}$$

**Задание 16.**

В окружности с центром в точке  $O$  радиуса 4 проведена хорда  $AB$  и диаметр  $AK$ , образующий с хордой угол  $\frac{\pi}{8}$ . В точке  $B$  проведена касательная к окружности, пересекающая продолжение диаметра  $AK$  в точке  $C$ .

а) Докажите, что треугольник  $BOC$  — равнобедренный.

б) Найдите длину медианы  $AM$  треугольника  $ABC$ .

**Задание 17.**

Иван является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $3t$  единиц товара, а если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $4t$  единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Иван платит рабочему 400 рублей. Ивану нужно каждую неделю производить 225 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

**Задание 18.**

Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} 25^x - \frac{26}{5} \cdot 5^{x-a} + 25^{-a} \geq 0 \\ \log_{\frac{1}{3}}(a-x) \geq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**Задание 19.**

Ученик вычислил произведение всех натуральных чисел от 1 до 32 включительно и записал на доске ответ. Однако две цифры (они отмечены символами  $a$  и  $b$ ) он написал неразборчиво, а все стоящие в конце нули стёр. В результате на доске оказалось число 263130836933693530167218012ab

- а) Сколько нулей стёр ученик?
- б) Найдите цифру, отмеченную символом  $b$ .
- в) Найдите цифру, отмеченную символом  $a$ .