

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2015 года

ВАРИАНТ КМ-15

1. Известно, что  $f(x) = \frac{x}{0,2} + \frac{1}{5x}$ . Найдите  $f(\frac{1}{4})$ .
2. Найдите модуль разности корней уравнения  $x^2 + 2014x - 2015 = 0$ .
3. Решите уравнение  $\sin x + \sin 2x + \cos x = 1$ .
4. Решите неравенство

$$\frac{4^{x^2} - 16^{4x-8}}{\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{12 + 4x - x^2}} > 0$$

5. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$ . Окружности, вписанные в треугольники  $ACD$  и  $BCD$ , касаются  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно, причём  $CE : CF = 1 : 2$ . Найдите отношение  $AD : DB$ , если известно, что радиусы указанных окружностей совпадают.
6. Ираида вышла из дому в 9:00 и направилась в магазин купить водички. Через некоторое время вслед за ней из дому выехал на велосипеде Ираклий в надежде нагнать её и попросить купить ещё и кефиру. Когда он догнал её, они взглянули друг другу в глаза и поняли, что оба забыли дома деньги. Ираида молча пошла дальше в сторону магазина, а Ираклий поехал обратно за деньгами. Взяв дома деньги, Ираклий, не теряя ни секунды, поехал в сторону магазина и прибыл к нему одновременно с Ираидой в 9:15. Во сколько Ираклий впервые выехал из дому, если он за эти 15 минут преодолел в два раза большее расстояние, чем она? Скорости Ираклия и Ираиды считать постоянными.
7. На рёбрах  $AA'$  и  $BB'$  правильной треугольной призмы с основаниями  $ABC$  и  $A'B'C'$  отмечены точки  $D$  и  $E$ , так что  $AD : DA' = B'E : EB = 1 : 2$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $DEC$ , если известно, что данная призма является «каркасной», то есть существует сфера, касающаяся всех её рёбер.
8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_{\sin x} \cos y = \log_{\cos x} \sin y \\ x^2 + y^2 = \frac{5\pi^2}{36} \end{cases}$$