

### 3. Смешанные задачи.

1. Найдите четыре числа, из которых первые три составляют геометрическую прогрессию, а последние три составляют арифметическую прогрессию, причем сумма крайних чисел равна 32, а сумма средних чисел равна 24.
2. Сумма трех чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 21. Если к этим числам прибавить соответственно 2, 3, 9, то новые числа образуют геометрическую прогрессию. Найдите данные числа.
3. Найдите трехзначное положительное число, если его цифры образуют геометрическую прогрессию со знаменателем, отличным от единицы, а цифры числа, меньшего на 200, образуют арифметическую прогрессию.
4. Найдите натуральное число  $n$  из уравнения:  $2^2 \cdot 2^5 \cdot 2^8 \cdot \dots \cdot 2^{3n-1} = 32^8$ .
5.  $\frac{x-1}{x^2} + \frac{x-2}{x^2} + \frac{x-3}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{15}$ , где  $x \in Z$ .
6. Решите уравнение  $\frac{1}{x} + x + x^2 + \dots + x^n + \dots = \frac{7}{2}$ , где  $|x| < 1$ .
7. Упростите выражение:  
$$\frac{2(a+(a+1)+(a+2)+\dots+2a)}{a^2+3a+2} + \frac{6(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(a-b)^{0.6} \cdot (a+2)} \div \left( (\sqrt{a}-\sqrt{b}) \cdot (a-b)^{-\frac{2}{5}} \right)^{-1}$$
8. Найти четыре числа, первые три из которых составляют геометрическую прогрессию, а последние три - арифметическую прогрессию. Сумма крайних чисел равна 21, а сумма средних равна 18.
9. Сумма трех первых членов геометрической прогрессии равна 91. Если к этим членам прибавить соответственно 25, 27 и 1, то получатся три числа, образующие арифметическую прогрессию. Найти седьмой член геометрической прогрессии.
10. Три числа являются последовательными членами геометрической прогрессии. Если от третьего отнять 4, то эти числа будут последовательными членами арифметической прогрессии. Если же от второго и третьего членов полученной арифметической прогрессии отнять по единице, то полученные числа снова будут последовательными членами геометрической прогрессии. Найти эти числа.
11. Среди 11 членов арифметической прогрессии первый, пятый и одиннадцатый являются тремя последовательными членами некоторой геометрической прогрессии. Найти формулу общего члена этой арифметической прогрессии, если первый ее член равен 24.
12. Найдите три числа, составляющее геометрическую прогрессию, если их сумма равна 26, а от прибавления к ним соответственно 1, 6, 3 получатся три числа, составляющие арифметическую прогрессию.
13. Найти  $x$  и  $y$ , если  $2x, 1, y-1$  - арифметическая, а  $\cos(\arccos x), |x+1|+|x-1|, y+3$  - геометрическая прогрессии.

14. Найти первый член арифметической прогрессии, если сумма первых шести ее членов равна 1, а первый, третий и шестой ее члены образуют геометрическую прогрессию.
15. У отца было пять сыновей, которые рождались с интервалом в 3 года. В первый раз в 5 лет каждый
16. получал 5 книг и через год на одну книгу больше. В сумме они получили 325 книг. Сколько лет было в это время каждому из них?
17. Из прямоугольника со сторонами 20 и 12 через середины сторон вырезали ромб, а из него через середины сторон уже вырезала прямоугольник и т.д. Вычислить площадь всех таких фигур при десяти таких разрезаниях.
18. Турист, поднимаясь в гору, в первый день достиг высоты 900 м, а в каждый следующий день поднимался на высоту, на 50 м меньшую, чем в предыдущий. За сколько дней он добрался до вершины 5 250 м?
19. Два автомобиля движутся друг другу навстречу из пунктов, расстояние между которыми 240 м. Первый автомобиль выехал на 3 сек. раньше второго и движется равномерно со скоростью 10 м в секунду. Второй же проходит в первую секунду своего движения 2 м, а в каждую следующую на 1 м больше, чем в предыдущую. Через сколько секунд после выезда первого автомобиля они встретятся?
20. За установку самого нижнего железобетонного кольца колодца заплатили 2600 р., а за каждое следующее кольцо платили на 200 р. меньше, чем за предыдущее. Кроме того, по окончании работы было уплачено еще 4000 р. Средняя стоимость установки одного кольца оказалась равной  $2244\frac{4}{9}$  р. Сколько колец было установлено?
21. В соревновании по стрельбе за каждый промах в серии из 25 выстрелов стрелок получал штрафные очки: за первый промах - одно штрафное очко, а за каждый последующий - на 0,5 очка больше, чем за предыдущий. Сколько раз попал в цель стрелок, получивший 7 штрафных очков?
22. Известно, что внутренние углы некоторого выпуклого многоугольника, наименьший угол которого равен  $120^{\circ}$ , образуют арифметическую прогрессию с разностью  $5^{\circ}$ . Определить число сторон этого многоугольника.
23. В соревновании по волейболу участвовало  $n$  команд. Каждая команда играла со всеми остальными по одному разу. За каждую игру выигравшей команде засчитывалось одно очко, за проигрыш очки не начислялись; ничьих в волейболе нет. По окончании соревнований выяснилось, что набранные командами очки образуют арифметическую прогрессию. Сколько очков набрала команда, занявшая последнее место?
24. В угол, содержащий  $60^{\circ}$ , вписаны пять окружностей так, что каждая последующая окружность, начиная со второй касается предыдущей. Во сколько раз сумма площадей всех пяти соответствующих кругов

- больше площади меньшего круга?
25. Стороны четырехугольника образуют арифметическую прогрессию. Можно ли в него вписать окружность?
26. Стороны прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найти стороны треугольника.

ЯГЛУБОВ.РФ