

VIII. Иррациональные уравнения и неравенства.

Решите уравнение:

1. $(x^2 - 4)\sqrt{x-1} = 0$;
2. $(x^2 + 6x + 5)\sqrt{x^2 - 16} = 0$;
3. $3\sqrt[4]{x-1} + 2\sqrt{x-1} = 5$;
4. $\sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{x-1} = 2$;
5. $3x^2 + 3x + \sqrt{x^2 + x} = 0$;
6. $x^2 - 7x + \sqrt{x^2 - 7x + 18} = 24$;
7. $\sqrt{2x-3} = \sqrt{4x-1}$;
8. $\sqrt{11+x} = 3\sqrt{-x-1}$;
9. $\sqrt{-x^2 + x + 30} = -2x - 10$;
10. $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} = 3$;
11. $\sqrt{1-x} - \sqrt{x+3} + \sqrt{10-x} = 1$;
12. $\sqrt{x^3 + 1} + x = \sqrt{27-x}$;
13. $2\sqrt{x-3} - \frac{1}{\sqrt{x-3}} = 1$;
14. $\sqrt{4x-3} = \frac{3x-1}{\sqrt{3x-5}}$;
15. $\sqrt{4x+5} - \sqrt{14-x} = 2$;
16. $\sqrt{5-x} + \sqrt{x+8} = 5$;
17. $\sqrt{x} = \sqrt{7x+2} - \sqrt{5-x}$;
18. $\sqrt{11-x^2} - \sqrt{2+x^2} = \sqrt{3-x^2}$;
19. $\sqrt{x^2 - 3x} + \sqrt{x^2 - 3x + 5} = \sqrt{33 - 2x^2 + 6x}$;
20. $\sqrt{x^2 + 2x - 3} + \sqrt{x - x^2} = \sqrt{3x - 3}$;
21. $\sqrt{4-x^2} + \sqrt{x+2} = 0$;
22. $\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2} = x^2 + 3x + 2$;
23. $\sqrt{2x^2 + 3x + 5} + \sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 3x$;
24. $\sqrt{x^2 + 6x + 2} - \sqrt{x^2 + x + 1} = 5x + 1$;
25. $(x-3)(x+1) + 3(x-3)\sqrt{\frac{x+1}{x-3}} = 28$;
26. $\sqrt{x^3 + 3x^2 - x} = x^2 + 3x - 1$;
27. $\sqrt[3]{x+7} - \sqrt[3]{x-2} = 3$;
28. $\sqrt[3]{2x-2} + \sqrt[3]{x-3} = \sqrt[3]{3x-5}$;
29. $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = x-1$;
30. $\sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}} + \sqrt{x+1-\sqrt{x+7}} = 4$;
31. $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} + 2\sqrt{(x-1)(x+3)} = 4 - 2x$;
32. $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2 + 5x + 3} - 16$.

Решите уравнение с параметром a относительно x :

1. $\sqrt{x-3} = a$;
2. $(x-a)\sqrt{x-1} = 0$;
3. $(x-a)\sqrt{x+a} = 0$;
4. $\sqrt{a-x^2} = x-1$;
5. $\sqrt{2x+2-a} = x$;
6. $\sqrt{x^2 - x} = a - x$.

Решите неравенство:

1. $\sqrt{\frac{(x-1)(x+5)}{x^2}} \geq 0$; 8. $\frac{\sqrt{17-15x-2x^2}}{x+3} > 0$; 15. $\ln^2(x^2-3x-9) + \sqrt{x^2-8x-8} \leq 0$;
2. $\frac{x+\sqrt{x}-2}{x-\sqrt{x}-2} \leq 0$; 9. $3\sqrt[8]{x+1} \leq \sqrt[4]{x+1} + 2$; 16. $\sqrt{x^2+5x-14} + \sqrt{x^2-3x-2} \leq 0$;
3. $\sqrt{2-x} < 1$; 10. $\sqrt{x^2-4x-1} > 2\sqrt{-x}$; 17. $\sqrt{x} + \sqrt{x^2-2x+1} > 1$;
4. $\sqrt{1-x} \leq \sqrt[4]{5+x}$; 11. $\sqrt{5-2x^2+3} \geq 2x+1$; 18. $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} < 5$;
5. $\sqrt{2-x} > \sqrt[4]{x+10}$; 12. $\frac{3 \cdot 2^{\frac{3}{2}} - 7 \cdot 2^{\frac{3}{4}} - 20}{\sqrt{x-3}} \leq 0$; 19. $3\sqrt{x} - \sqrt{x+3} > 1$.
6. $(x^2-4)\sqrt{x-1} \geq 0$; 13. $\sqrt{6-x}(3^x - 12 \cdot 3^{\frac{x}{2}} + 27) \geq 0$;
7. $\frac{x-7}{\sqrt{4x^2-19x+12}} < 0$; 14. $\frac{\log_{0.1}(x+2)}{\sqrt{5-4x-x^2}} \leq 0$;

Решите неравенство с параметром a относительно x :

1. $a\sqrt{x} > 0$; 4. $(x+a)(4-\sqrt{x}) < 0$;
2. $\sqrt{x} \leq a$; 5. $\sqrt{2x-a} \geq \sqrt{x+1}$;
3. $(x-a)\sqrt{x} \geq 0$; 6. $\sqrt{a^2-x^2} \leq 2x$.

Решите систему уравнений:

1. $\begin{cases} \sqrt{x^2+4xy-3y^2} = x+1 \\ x-y=1 \end{cases}$;
2. $\begin{cases} \sqrt{x-y+5} = 3 \\ \sqrt{x+y-5} = -2x+11 \end{cases}$;
3. $\begin{cases} \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} + \sqrt{\frac{y+2}{2x-1}} = 2 \\ x+y=12 \end{cases}$;
4. $\begin{cases} x-2y+1=0 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \end{cases}$;
5. $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{3}{2} \\ xy=4 \end{cases}$;
6. $\begin{cases} x-y=13 \\ \sqrt[3]{x^2y} - \sqrt[3]{xy^2} = 3 \end{cases}$.