

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 53****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

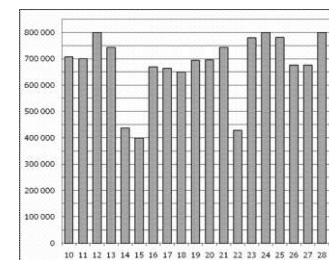
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

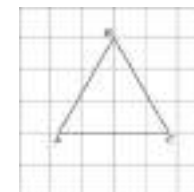
Часть 1

1. В магазине «Сделай сам» вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3300 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько раз количество посетителей сайта РИА Новости принимало наибольшее значение.



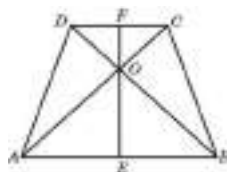
3. Найдите радиус окружности, описанной около правильного треугольника ABC, считая стороны квадратных клеток равными 1.



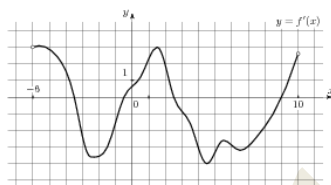
4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

5. Решите уравнение $\log_5 7^{\sqrt{x+4}} = \frac{2}{\log_7 5}$.

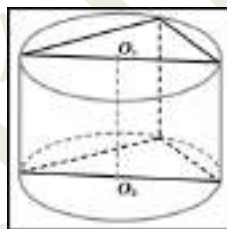
6. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 23,8. Найдите ее среднюю линию.



7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 10)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



8. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



Часть 2

9. Найдите $\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$.

10. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука в (в м/с). Человек,

стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ выразите в м/с.

11. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 7700 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Еще ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 847 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 8 \sin x - \frac{30}{\pi} x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2 + \log_2(\operatorname{tg} x) + 2\log_2 \sqrt{\cos x} + 4\log_{1/4}^2(\sin x) = 2\log_{\operatorname{ctg} x}(\operatorname{ctg} x).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. Прямоугольник $ABCD$ является осевым сечением цилиндра (AB и CD - образующие). Диаметры AD и KM пересекаются в точке O под прямым углом и $DO = CD$.

а) Докажите, что площадь поверхности цилиндра относится к площади описанной около этого цилиндра сферы как 4 : 5.

б) Найдите площадь сечения цилиндра, проходящего через точки K , M и B , если $AB = 8$.

15. Решите неравенство:

$$(x+1)\log_3 6 + \log_3\left(2^x - \frac{1}{6}\right) \leq x - 1.$$

16. Точки касания вписанной и невписанной окружностей прямоугольного треугольника делят гипотенузу на три равных отрезка.

а) Докажите, что разность радиусов этих окружностей равна гипотенузе.

б) Найдите произведение радиусов окружностей, если гипотенуза равна 3.

17. Гражданин Гусев взял кредит в банке, рассчитывая погасить долг равными ежегодными платежами, каждый из

которых (кроме, возможно, последнего) составляет половину суммы S , взятой в кредит. Схема выплата кредита следующая: в конце каждого года банк увеличивает на 25% оставшуюся сумму долга, а затем гражданин Гусев переводит в банк очередной платеж. После двух лет выплат банк снизил процентную ставку до 20% годовых, и гражданин Гусев внес третий платеж. Четвертым платежом долг был погашен полностью. Сколько процентов от первоначальной суммы S составлял четвертый платеж по кредиту гражданина Гусева?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = \frac{\sqrt{x^2 + 6x + 9}}{x + 3} + \frac{x - 4}{\sqrt{16 - 8x + x^2}} + 1 \\ x^2 + y^2 + a^2 = 2(x + ay + 12) \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19. Красный карандаш стоит 17 рублей, синий — 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять.

а) Можно ли купить при таких условиях 32 карандаша?

б) Можно ли купить при таких условиях 35 карандашей?

в) Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?