

Контрольные работы по геометрии

для 10 класса

Шамсутдинов М.Р.

(по учебнику Л.С. Атанасяна)

Контрольная работа №1.

I вариант.

№1. Основание AD трапеции $ABCD$ лежит в плоскости α . Через точки B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках E и F соответственно.

- Каково взаимное положение прямых EF и AB ?
- Чему равен угол между прямыми EF и AB , если $\angle ABC = 150^\circ$? Поясните ответ.

№2. Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, в котором диагонали AC и BD равны. Середины сторон этого четырехугольника соединены последовательно отрезками.

- Выполните рисунок к задаче.
- Докажите, что полученный четырехугольник есть ромб.

II вариант.

№1. Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC . Точка P – середина стороны AD , а K – середина стороны DC .

- Каково взаимное положение прямых PK и AB ?
- Чему равен угол между прямыми PK и AB , если $\angle ABC = 40^\circ$ и $\angle BCA = 80^\circ$? Поясните ответ.

№2. Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, в котором M и N – середины сторон AB и BC соответственно.

$E \in CD$, $K \in DA$, $DE : EC = 1 : 2$, $DK : KA = 1 : 2$.

- Выполните рисунок к задаче.
- Докажите, что четырехугольник $MNEK$ есть трапеция.

Контрольная работа №2.

I вариант.

№1. Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:

а) параллельными; б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

№2. Через точку O , лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_2B_2 , если $A_1B_1 = 12$ см, $B_1O : OB_2 = 3 : 4$.

№3. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M , N и K , являющиеся серединами ребер AB , BC и DD_1 .

II вариант.

№1. Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:

а) параллельными; б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

№2. Через точку O , не лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_1B_1 , если $A_2B_2 = 15$ см, $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$.

№3. Изобразите тетраэдр $DABC$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M и N , являющиеся серединами ребер DC и BC и точку K , такую, что $K \in DA$, $AK : KD = 1 : 3$.

Контрольная работа №3.

I вариант.

№1. Диагональ куба равна 6 см. Найдите:

- а) ребро куба;
- б) косинус угла между диагоналями куба и плоскостью одной из его граней.

№2. Сторона AB ромба $ABCD$ равна a , один из углов равен 60° . Через сторону AB проведена плоскость α на расстоянии $0,5a$, от точки D .

- а) Найдите расстояние от точки C до плоскости α .
- б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $DABM$, $M \in \alpha$.
- в) найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α .

II вариант.

№1. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат; диагональ параллелепипеда равна $2\sqrt{6}$ см, а его измерения относятся как 1:12 Найдите:

- а) измерения параллелепипеда;
- б) синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

№2. Сторона квадрата $ABCD$ равна a . Через сторону AD проведена плоскость α на расстоянии $0,5a$, от точки B .

- а) Найдите расстояние от точки C до плоскости α .
- б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $BADM$, $M \in \alpha$.
- в) найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью α .

Контрольная работа №4.

I вариант.

№1. Основанием пирамиды $DABC$ является правильный треугольник ABC , сторона которого равна a . Ребро DA перпендикулярно к плоскости основания, а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол в 30° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№2. Основание прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб $ABCD$, сторона которого равна a и угол равен 60° . Плоскость $AD_1 C_1$ составляет с плоскостью основания угол в 60° . Найдите:

- а) высоту ромба;
- б) высоту параллелепипеда;
- в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;
- г) площадь полной поверхности параллелепипеда.

II вариант.

№1. Основанием пирамиды $MABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро MD перпендикулярно к плоскости основания, $AD = DM = a$. Найдите площадь поверхности пирамиды.

№2. Основание прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является параллелограмм $ABCD$, сторона которого равна $a\sqrt{2}$ и $2a$, острый угол равен 45° . Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма. Найдите:

- а) меньшую высоту параллелограмма;
- б) угол между плоскостью ABC_1 и плоскостью основания;
- в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;
- г) площадь полной поверхности параллелепипеда.

К-1. Аксиомы стереометрии. Расположение прямых и плоскостей.

Вариант А1

- №1. Прямые a и b пересекаются. Прямая c является скрещивающейся с прямой a . Могут ли прямые b и c быть параллельными?
- №2. Плоскость α проходит через середины боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ – точки M и N .
- Докажите, что $AD \parallel \alpha$.
 - Найдите BC , если $AD = 10$ см, $MN = 8$ см.
- №3. Прямая MA проходит через вершину квадрата $ABCD$ и не лежит в плоскости квадрата.
- Докажите, что MA и BC – скрещивающиеся прямые.
 - Найдите угол между прямыми MA и BC , если $\angle MAD = 45^\circ$.

Вариант А2

- №1. Прямые a и b пересекаются. Прямые a и c параллельны. Могут ли прямые b и c быть скрещивающимися?
- №2. Плоскость α проходит через основание AD трапеции $ABCD$. M и N – середины боковых сторон трапеции.
- Докажите, что $MN \parallel \alpha$.
 - Найдите AD , если $BC = 4$ см, $MN = 6$ см.
- №3. Прямая CD проходит через вершину треугольника ABC и не лежит в плоскости ABC . E и F – середины отрезков AB и BC .
- Докажите, что CD и EF – скрещивающиеся прямые.
 - Найдите угол между прямыми CD и EF , если $\angle DCA = 60^\circ$.

Вариант Б1

- №1. Прямая a параллельна плоскости α , а прямая b лежит в плоскости α . Определите, могут ли прямые a и b :

- а) быть параллельными;
- б) пересекаться;
- в) быть скрещивающимися.

№2. Точка M не лежит в плоскости трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$.

- а) Докажите, что треугольники MAD и MBC имеют параллельные средние линии.
- б) Найдите длины этих средних линий, если $AD : BC = 5 : 3$, а средняя линия трапеции равна 16 см.

№3. Через вершину A квадрата $ABCD$ проведена прямая KA , не лежащая в плоскости квадрата.

- а) Докажите, что KA и CD – скрещивающиеся прямые.
- б) Найдите угол между KA и CD , если $\angle AKB = 85^\circ$, $\angle ABK = 45^\circ$.

Вариант Б2

№1. Прямая a параллельна плоскости α , а прямая b пересекает плоскость α . Определите, могут ли прямые a и b :

- а) быть параллельными;
- б) пересекаться;
- в) быть скрещивающимися.

№2. Треугольник ABC и трапеция $KMNP$ имеют общую среднюю линию EF , причем $KP \parallel MN$, $EF \parallel AC$

- а) Докажите, что $AC \parallel KP$
- б) Найдите KP и MN , если $KP : MN = 3 : 5$, $AC = 16$ см.

№3. Точка M не лежит в плоскости ромба $ABCD$.

- а) Докажите, что MC и AD – скрещивающиеся прямые.
- б) Найдите угол между MC и AD , если $\angle MBC = 70^\circ$, $\angle BMC = 65^\circ$.

Вариант В1

№1. Плоскости α и β пересекаются по прямой l . Прямая a параллельна прямой l , и является скрещивающейся с прямой b . Определите, могут ли прямые a и b :

- а) лежать в одной из данных плоскостей;

- б) лежать в разных плоскостях α и β ;
- в) пересекать плоскости α и β .

В случае утвердительного ответа укажите взаимное расположение прямых a и b .

№2. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках M и N соответственно, причем $AM : MB = 3 : 4$, $CN : BC = 3 : 7$

- а) Докажите, что $AC \parallel \alpha$.
- б) Найдите AC , если $MN = 16$ см.

№3. Точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Найдите угол между прямыми AC и BD , если $AC = 6$ см, $BD = 8$ см, а расстояние между серединами отрезков AD и BC равно 5 см.

Вариант В2

№1. Плоскости α и β пересекаются по прямой l . Прямые l и a пересекаются, а прямые l и b параллельны. Определите, могут ли прямые a и b :

- а) лежать в одной из данных плоскостей;
- б) лежать в разных плоскостях α и β ;
- в) пересекать плоскости α и β .

В случае утвердительного ответа укажите взаимное расположение прямых a и b .

№2. Плоскость α проходит через сторону AC треугольника ABC . Прямая пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, причем $BN : NC = 2 : 3$, $AM : AB = 3 : 5$

- а) Докажите, что $MN \parallel \alpha$.
- б) Найдите MN , если $AC = 30$ см.

№3. Точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Найдите угол между прямыми AB и CD , если $AB = CD = 6$ см, а расстояние между серединами отрезков AD и BC равно 3 см.

К-2. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

Вариант А1

№1. KA – перпендикуляр к плоскости треугольника ABC . Известно что $KB \perp BC$.

- а) Докажите, что треугольник ABC – прямоугольный.

б) Докажите перпендикулярность плоскостей KAC и ABC .

в) Найдите KA , если $AC = 13$ см, $BC = 5$ см, $\angle KBA = 45^\circ$.

№2. Основание AC равнобедренного треугольника лежит в плоскости α . Найдите расстояние от точки B до плоскости α , если $AB = 20$ см, $AC = 24$ см, а двугранный угол между плоскостями ABC и α равен 30° .

№3. Из точки A к плоскости α проведены наклонные AB и AC , образующие с плоскостью α равные углы. Известно, что $BC = AB$. Найдите углы треугольника ABC .

Вариант А2

№1. KA – перпендикуляр к плоскости параллелограмма $ABCD$. Известно, что $KD \perp CD$.

а) Докажите, что $ABCD$ – прямоугольник.

б) Докажите перпендикулярность плоскостей KAD и ABC .

в) Найдите AC , если $KA = 8$ см, $KD = 10$ см, $\angle CAD = 60^\circ$.

№2. Катет AB прямоугольного треугольника ABC ($\angle B = 90^\circ$) лежит в плоскости α . Найдите расстояние от точки C до плоскости α , если $AC = 17$ см, $AB = 15$ см, а двугранный угол между плоскостями ABC и α равен 45° .

№3. Из точки A к плоскости проведены перпендикуляр AO и две равные наклонные AB и AC . Известно, что $BC = BO$. Найдите углы треугольника BOC .

Вариант Б1

№1. KA – перпендикуляр к плоскости треугольника ABC . M – середина стороны BC . Известно, что $KM \perp BC$.

а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

б) Докажите перпендикулярность плоскостей KBC и KAM .

в) Найдите площадь треугольника ABC , если $\angle BKC = 60^\circ$, $BC = 6$ см, $KA = 3\sqrt{2}$ см.

№2. Точка S удалена от каждой из вершин правильного треугольника ABC на $\sqrt{13}$ см. Найдите двугранный угол $SABC$, если $AB = 6$ см.

№3. Прямая AB – ребро двугранного угла, равного 90° . Прямые AA_1 и BB_1 принадлежат разным граням данного угла и перпендикулярны к прямой AB . Докажите, что $AA_1 \perp BB_1$.

Вариант Б2

№1. KA – перпендикуляр к плоскости параллелограмма $ABCD$. O – точка пересечения AC и BD . Известно, что $KO \perp BD$.

а) Докажите, что $ABCD$ – ромб.

б) Докажите перпендикулярность плоскостей KBD и KOA .

в) Найдите площадь $ABCD$, если $\angle BKD = 90^\circ$, $BD = 10$ см, $KA = 3$ см.

№2. Точка S удалена от каждой из сторон правильного треугольника ABC на $\sqrt{39}$ см. Найдите угол между прямой SA и плоскостью ABC , если $AB = 6$ см.

№3. Прямые AA_1 и BB_1 – перпендикуляры к ребру AB двугранного угла, принадлежащие разным граням угла. Докажите, что если $AA_1 \perp BB_1$, то данный двугранный угол – прямой.

Вариант В1

№1. Точка O лежит на биссектрисе угла ABC , равного 60° . DO – перпендикуляр к плоскости ABC .

а) Докажите, что точка D равноудалена от сторон угла ABC .

б) Пусть DA и DC – расстояния от точки D до сторон угла. Докажите перпендикулярность плоскостей DAC и DOB .

в) Найдите DB , если $AC = 6$ см, $DO = 4$ см.

№2. Равнобедренные треугольники ABC и ADC имеют общее основание AC , а двугранный угол $BACD$ – прямой. Найдите углы, образуемые прямой BD с плоскостями треугольников, если $\angle ABC = 60^\circ$, а $\angle ADC = 90^\circ$.

№3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ постройте и найдите линейный угол двугранного угла между плоскостями сечений $AB_1 C_1 D$ и $CB_1 A_1 D$.

Вариант В2

№1. DO – перпендикуляр к плоскости угла ABC , равно 120° , причем точка O лежит внутри угла, а D равноудалена от его сторон.

а) Докажите, что BO – биссектриса угла ABC .

б) Пусть DA и DC – расстояния от точки D до сторон угла. Докажите перпендикулярность плоскостей DOB и DAC .

в) найдите DO , если $AC = 6$ см, $DB = 8$ см.

№2. Равнобедренные треугольники ABC и ADC имеют общее основание AC , а двугранный угол $BACD$ – прямой. Найдите тангенс двугранного угла между плоскостями BAD и ADC , если $\angle ABC = 60^\circ$, а $\angle ADC = 90^\circ$.

№3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ постройте и найдите линейный угол двугранного угла между плоскостями сечений $CD_1 A_1 B$ и $DA_1 B_1 C$.

К-3. Многогранники.

Вариант А1

№1. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наибольшая боковая грань – квадрат.

№2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно

4 см и образует с плоскостью основания пирамиды угол 45° .

а) Найдите высоту пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Ребро правильного тетраэдра $DABC$ равно a . Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середину ребра DA параллельно плоскости DBC , и найдите площадь этого сечения.

Вариант А2

№1. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 13 см и катетом 12 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наименьшая боковая грань – квадрат.

№2. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна $\sqrt{6}$ см, боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 60° .

а) Найдите боковое ребро пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Ребро правильного тетраэдра $DABC$ равно a . Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середины ребер DA и AB параллельно ребру BC , и найдите площадь этого сечения.

Вариант Б1

№1. Основание прямого параллелепипеда – ромб с диагоналями 10 и 24 см. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

- №2. Основание пирамиды – правильный треугольник с площадью $9\sqrt{3}$ см². Две боковые грани пирамиды перпендикулярны к плоскости основания, а третья – наклонена к ней под углом 30° .
- Найдите длины боковых ребер пирамиды.
 - Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

- №3. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через прямую $B_1 C$ и середину ребра AD , и найдите площадь этого сечения.

Вариант Б2

- №1. Основание прямого параллелепипеда – ромб с меньшей диагональю 12 см. Большая диагональ параллелепипеда равна $16\sqrt{2}$ см и образует с боковым ребром угол 45° . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
- №2. Основание пирамиды – равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой $4\sqrt{2}$ см. Боковые грани, содержащие катеты треугольника, перпендикулярны к плоскости основания, а третья грань наклонена к ней под углом 45° .
- Найдите длины боковых ребер пирамиды.
 - Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

- №3. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через точку C и середину ребра AD параллельно прямой DA_1 , и найдите площадь этого сечения.

Вариант В1

- №1. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетами 15 и 20 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если ее наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро, – квадрат.

№2. Основание пирамиды – ромб с большей диагональю d и острым углом α . Все двугранные углы при основании пирамиды равны β . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через середины ребер AA_1 , $B_1 C_1$ и CD , и найдите площадь этого сечения.

Вариант В2

№1. Основание прямой призмы – равнобедренный треугольник с основанием 24 м и боковой стороной 13 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если ее наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро, – квадрат.

№2. Основание пирамиды – ромб с тупым углом α . Все двугранные углы при основании пирамиды равны β . Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если ее высота равна H .

№3. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через середины ребер $A_1 B_1$, CC_1 и AD , и найдите площадь этого сечения.

К-4. Векторы в пространстве.

Вариант А1

№1. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Назовите вектор с началом в точке D_1 , равный вектору $\overrightarrow{AB}$.

б) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{B_1 D}$.

б) Назовите вектор x , удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{DA} + \vec{x} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{DB_1}$.

№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a точка O – центр треугольника ABC .

а) Постройте вектор $0,5\overrightarrow{DB} - 0,5\overrightarrow{DA}$ и найдите его длину.

б) Найдите $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{OC}|$.

№3. MA – перпендикуляр к плоскости ромба $ABCD$. Разложите вектор $\overrightarrow{MC}$ по векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AM}$.

№4. Векторы a и b неколлинеарные. Найдите значение k , при которых векторы $c = ka + 4b$ и $d = a + kb$ коллинеарные.

Вариант А2

№1. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Назовите вектор с концом в точке C_1 , равный вектору $\overrightarrow{AD}$.

б) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{C_1 D}$.

б) Назовите вектор x , удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{B_1 A_1} + \overrightarrow{B_1 C_1} + x = \overrightarrow{B_1 D}$.

№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a точка O – центр треугольника ABC .

а) Постройте вектор $0,5\overrightarrow{DC} - 0,5\overrightarrow{DB}$ и найдите его длину.

б) Найдите $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC}|$.

№3. MB – перпендикуляр к плоскости треугольника ABC . Разложите вектор $\overrightarrow{MC}$ по векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{MB}$.

№4. Векторы a и b неколлинеарные. Найдите значение k , при которых векторы $c = ka + 3b$ и $d = 3a + kb$ коллинеарные.

Вариант Б1

№1. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Назовите вектор с началом в точке D , равный вектору $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}$.

б) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA_1}$; в) $\overrightarrow{A_1 D} - \overrightarrow{A_1 B} + \overrightarrow{AA_1}$.

г) Назовите вектор x , удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB_1} - x$.

№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a точка O – центр треугольника ABC .

а) Постройте вектор $\overrightarrow{DC} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$ и найдите его длину.

б) Найдите $|\overrightarrow{DO} - 0,5\overrightarrow{DA}|$.

№3. Точка O не лежит в плоскости параллелограмма $ABCD$. Разложите вектор $\overrightarrow{AC}$ по векторам $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ и $\overrightarrow{OD}$.

№4. Даны параллелограммы $ABCD$ и $ABC_1 D_1$. Докажите, что векторы $\overrightarrow{CD_1}$, $\overrightarrow{C_1 D}$ и $\overrightarrow{AB}$ компланарны.

Вариант Б1

№1. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

- а) Назовите вектор с концом в точке B_1 , равный вектору $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AA_1}$.
- б) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{C_1 D} + \overrightarrow{CB}$; в) $\overrightarrow{B_1 A} - \overrightarrow{B_1 C} + \overrightarrow{BB_1}$.
- г) Назовите вектор x , удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{A_1 D_1} = \overrightarrow{A_1 C} - x$.

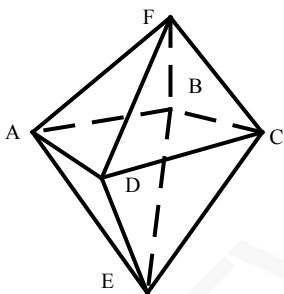
№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a точка O – центр треугольника ABC .

- а) Постройте вектор $0,5(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) - \overrightarrow{DO}$ и найдите его длину.
- б) Найдите $|0,5 \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DO}|$.

№3. Точка O не лежит в плоскости параллелограмма $ABCD$. Разложите вектор $\overrightarrow{OC}$ по векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AO}$.

№4. Даны параллелограммы $ABCD$ и $A_1 B_1 CD$. Докажите, что векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{A_1 B_1}$ компланарны.

Вариант В1



№1. Дан правильный октаэдр $EABCFD$.

- а) Назовите вектор с началом в точке B , равный $\overrightarrow{FD} - \overrightarrow{FC}$.
- б) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{CB}$;
- в) вектор равный $0,5(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}) - 0,5 \overrightarrow{FE}$.
- г) Назовите вектор x , удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BF} = x + \overrightarrow{DC}$.

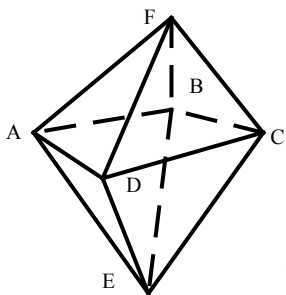
№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a , точка P – центр треугольника ABC , точка Q – центр треугольника BDC .

- а) Постройте вектор $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{PQ}$ и найдите его длину.
- б) Найдите $|\overrightarrow{AQ} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AD}|$.

№3. Точка S равноудалена от вершин треугольника ABC ($\angle B = 90^\circ$). SO – перпендикуляр к плоскости ABC . Разложите вектор $\overrightarrow{SO}$ по векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{SB}$.

№4. Точки M и N – середины ребер BD и AC правильного тетраэдра $DABC$. Докажите, что векторы $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BC}$ компланарны.

Вариант В2



№1. Дан правильный октаэдр $EABCDF$.

- Назовите вектор с концом в точке C , равный $\overrightarrow{ED} - \overrightarrow{EA}$.
- Назовите вектор, равный $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DA}$;
- вектор равный $0,5(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}) - 0,5\overrightarrow{FE}$.
- Назовите вектор x , удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EC} = \vec{x} + \overrightarrow{FD}$.

№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a , точка P – центр треугольника ABC , точка Q – центр треугольника BDC .

- Постройте вектор $\frac{1}{3}(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) + \overrightarrow{QP}$ и найдите его длину.
- Найдите $\left| \overrightarrow{DP} - \frac{1}{3} \overrightarrow{DA} \right|$.

№3. Точка S равноудалена от сторон ромба $ABCD$. SO – перпендикуляр к плоскости ромба. Разложите вектор $\overrightarrow{SO}$ по векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{SB}$ и $\overrightarrow{SC}$.

№4. Точки M и N – середины ребер AD и BC правильного тетраэдра $DABC$. Докажите, что векторы $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ компланарны.

Контрольная работа № 5.

Вариант А1

№1. Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой $AC = 13$ см и катетом $BC = 5$ см. Отрезок SA , равный 12 см, – перпендикуляр к плоскости ABC .

а) Найдите $|\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CB}|$.

б) Найдите угол между прямой SB и плоскостью ABC .

№2. В правильной четырехугольной пирамиде диагональ основания равна $8\sqrt{2}$ см, а двугранный угол при основании равен 60° . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, проходящее через вершину D и середины ребер AA_1 и $A_1 B_1$. Определите вид многогранника, полученного в сечении.

Вариант А2

№1. Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами $AB = 16$ см и $BC = 12$ см. Отрезок SC , равный 20 см, – перпендикуляр к плоскости ABC .

а) Найдите $|\overrightarrow{CS} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA}|$.

б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью ABC .

№2. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна $4\sqrt{3}$ см, а двугранный угол при основании равен 60° . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, проходящее через прямую AB и середину ребра $B_1 C_1$. Определите вид многогранника, полученного в сечении.

Вариант Б1

№1. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O . SA – перпендикуляр к плоскости ромба. $SA = 3\sqrt{3}$ см, $AC = 6$ см, $BD = 8$ см.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна к плоскости SAO .

б) Найдите $|\overrightarrow{SD} + 0,5(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC})|$.

в) Найдите двугранный угол $SDBA$.

№2. В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен 120° . Отрезок, соединяющий основание высоты пирамиды с серединой бокового ребра, равен 3 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильного тетраэдра $DABC$, проходящее через середины ребер AD и BC параллельно ребру DB . Определите вид многогранника, полученного в сечении.

Вариант Б2

№1. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O . SA – перпендикуляр к плоскости ромба. $AB = 5$ см, $BD = 8$ см, $SO = 6$ см.

а) Докажите перпендикулярность плоскостей SBD и SAO .

б) Найдите $|0,5(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{OS}|$.

в) Найдите угол между прямой SO и плоскостью ABC .

№2. В правильной треугольной пирамиде двугранный угол при основании равен 60° . Отрезок, соединяющий основание высоты пирамиды с серединой апофемы, равен 3 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильного тетраэдра $DABC$, проходящее через середины ребер AD и AB параллельно ребру AC . Определите вид многогранника, полученного в сечении.

Вариант В1

№1. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AC . SB – перпендикуляр к плоскости ABC . Двугранный угол $SACB$ равен 45° .

а) Докажите перпендикулярность плоскостей SBA и SBC .

б) M – точка пересечения медиан треугольника SAC .

Разложите вектор $\overrightarrow{BM}$ по векторам $\overrightarrow{BS}$, $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$.

в) Найдите углы наклона прямых SA и SC к плоскости ABC .

№2. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с катетом a и противолежащим углом α . Боковые грани пирамиды, содержащие данный катет и гипотенузу основания, перпендикулярны к плоскости основания, а третья боковая грань наклонена к ней под углом β . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, проходящее через середины ребер основания AD и CD параллельно боковому ребру SD .

Вариант В2

№1. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AC . SB – перпендикуляр к плоскости ABC . Прямые SA и SC образуют с плоскостью ABC угол 30° .

а) Докажите перпендикулярность плоскостей SAC и SBD , если D – середина AC .

б) M – точка пересечения медиан треугольника ABC .

Разложите вектор $\overrightarrow{SM}$ по векторам $\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SB}$ и $\overrightarrow{SC}$.

в) Найдите двугранный угол $SACB$.

№2. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с гипотенузой c и острым углом α . Боковые грани пирамиды, содержащие катеты

основания, перпендикулярны к плоскости основания, а третья боковая грань наклонена к ней под углом β . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

- №3. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, проходящее через середины ребра основания AD и бокового ребра SB параллельно прямой AC .