КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант 1

1. Вычислите.

а) $\sin 15°$;

б) $\cos 88° \cos 2° - \sin 88° \sin 2°$;

в) $\sin 50° \cos 5° - \cos 50° \sin 5°$.

2. Упростите выражение $\dfrac{\cos 2\alpha - \sin^2 \alpha}{2\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$.

3. Решите уравнение $\dfrac{\operatorname{tg} 4x - \operatorname{tg} 3x}{1 + \operatorname{tg} 4x \operatorname{tg} 3x} = \sqrt{3}$.

4. Найдите корни уравнения $2\sin x + \sin 2x = \cos x + 1$, принадлежащие полуинтервалу $\left[-\dfrac{2\pi}{3}; \pi\right)$.

---

5. Решите уравнение $\sin 3x + \sin 5x + 2\sin^2 \dfrac{x}{2} = 1$.

---

6. Докажите, что для любого x справедливо неравенство $\cos(8 - x)\cos x < \sin(8 - x)\sin x$.

Вариант 2

1. Вычислите.

а) $\sin 75°$;

б) $\cos 32° \cos 2° + \sin 32° \sin 2°$;

в) $\sin 95° \cos 5° - \cos 95° \sin 5°$.

2. Упростите выражение $\dfrac{1 + \sin \alpha}{2\cos \alpha + \sin 2\alpha}$.

3. Решите уравнение $\dfrac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x} = 1$.

4. Найдите корни уравнения $\cos x - \cos 2x = 1$, принадлежащие промежутку $\left(-\dfrac{3\pi}{4}; \pi\right]$.

---

5. Решите уравнение $\cos x + \cos 5x + 2\sin^2 x = 1$.

---

6. Докажите, что для любого x справедливо неравенство $\cos(10 + x)\sin x > \sin(10 + x)\cos x$.

Решение вариантов контрольной работы

Вариант 1

1. а) $\sin 15° = \sin(45° - 30°) = \sin 45° \cos 30° - \cos 45° \sin 30° =$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4};$

б) $\cos 88° \cos 2° - \sin 88° \sin 2° = \cos(88° + 2°) = \cos 90° = 0;$

в) $\sin 50° \cos 5° - \cos 50° \sin 5° = \sin(50° - 5°) = \sin 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.$

Ответ: а) $\dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$; б) 0; в) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

2. $\dfrac{\cos 2\alpha - \sin^2 \alpha}{2\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \dfrac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{2\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} =$

$= \dfrac{\cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha}{-(\cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha)} = -1.$

3. $\dfrac{\operatorname{tg} 4x - \operatorname{tg} 3x}{1 + \operatorname{tg} 4x \operatorname{tg} 3x} = \sqrt{3}$

$\operatorname{tg}(4x - 3x) = \sqrt{3}$

$\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

$x = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi n$

$x = \dfrac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$

Ответ: $\dfrac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z.$

4. $2\sin x + \sin 2x = \cos x + 1$

$2\sin x + 2\sin x \cos x - \cos x - 1 = 0$

$2\sin x(\cos x + 1) - (\cos x + 1) = 0$

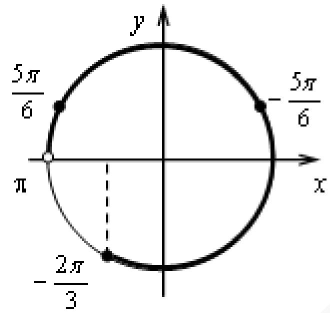
$(\cos x + 1)(2\sin x - 1) = 0$

$\cos x + 1 = 0$ или $2\sin x - 1 = 0$

$\cos x = -1$ $\qquad \sin x = \dfrac{1}{2}$

$$x = \pi + 2\pi n \qquad\qquad x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$$

Отберем корни, принадлежащие полуинтервалу $\left[-\frac{2\pi}{3}; \pi\right)$:



Ответ: $\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$.

5. $\sin 3x + \sin 5x + 2\sin^2 \frac{x}{2} = 1$

$$(\sin 3x + \sin 5x) + \left(2\sin^2 \frac{x}{2} - 1\right) = 0$$

$$2\sin \frac{3x + 5x}{2} \cdot \cos \frac{3x - 5x}{2} + \cos x = 0$$

$$2\sin 4x \cdot \cos x + \cos x = 0$$

$$\cos x\,(2\sin 4x + 1) = 0$$

$\cos x = 0$ или $2\sin 4x + 1 = 0$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n \qquad \sin 4x = -\frac{1}{2}$

$$4x = (-1)^k \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi n$$

$$4x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$$

$$x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{4} n$$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{4} n,\ n \in Z$.

6. $\cos(8 - x)\cos x < \sin(8 - x)\sin x$

$$\cos(8 - x) \cdot \cos x - \sin(8 - x) \cdot \sin x < 0$$

$$\cos(8 - x + x) < 0$$

$\cos 8 < 0$ – верно, так как аргумент $t = 8$ принадлежит II координатной четверти (≈ 458 °), значит, $\cos t < 0$.