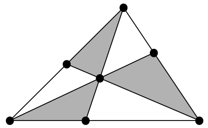
LXXI Московская математическая олимпиада

Окружной тур **10 класс** 27.01.2008

1. Графики функций $y = x^2 + ax + b$ и $y = x^2 + cx + d$ пересекаются в точке с координатами $(1;1)$. Сравните $a^5 + d^6$ и $c^6 - b^5$.

2. Биссектриса, медиана и высота некоторого треугольника, проведенные из трех разных вершин, пересекаются в одной точке и делят этот треугольник на шесть треугольников (см. рис.). Площади трех закрашенных треугольников равны. Верно ли, что исходный треугольник равносторонний?



3. Петя играет в игру-стрелялку. Если он наберет менее 1000 очков, то компьютер добавит ему 20% от его результата. Если он наберет от 1000 до 2000 очков, то компьютер добавит ему 20% от первой тысячи очков и 30% от оставшегося количества очков. Если Петя наберет более 2000 очков, то компьютер добавит ему 20% от первой тысячи очков, 30% от второй тысячи и 50% от оставшегося количества. Сколько призовых очков получил Петя, если по окончании игры у него было 2370 очков?

4. Точки A_1 и A_3 расположены по одну сторону от плоскости α, а точки A_2 и A_4 — по другую сторону. Пусть B_1, B_2, B_3 и B_4 — точки пересечения отрезков A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 и A_4A_1 с плоскостью α соответственно. Найдите: $\frac{A_1B_1}{B_1A_2}\cdot\frac{A_2B_2}{B_2A_3}\cdot\frac{A_3B_3}{B_3A_4}\cdot\frac{A_4B_4}{B_4A_1}$.

5. Произведение положительных чисел x, y и z равно 1. Докажите, что $(2+x)(2+y)(2+z) \geqslant 27$.

6. Клетчатая прямоугольная сетка $m \times n$ связана из веревочек единичной длины. Двое делают ходы по очереди. За один ход можно разрезать (посередине) не разрезанную ранее единичную веревочку. Если не останется ни одного замкнутого веревочного контура, то игрок, сделавший последний ход, считается проигравшим. Кто из игроков победит при правильной игре и как он должен для этого играть?

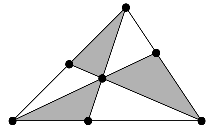
Московская математическая олимпиада (городской тур) пройдет в МГУ 9.03.2008. Начало в 10.00. Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru/mmo

LXXI Московская математическая олимпиада

Окружной тур **10 класс** 27.01.2008

1. Графики функций $y = x^2 + ax + b$ и $y = x^2 + cx + d$ пересекаются в точке с координатами $(1;1)$. Сравните $a^5 + d^6$ и $c^6 - b^5$.

2. Биссектриса, медиана и высота некоторого треугольника, проведенные из трех разных вершин, пересекаются в одной точке и делят этот треугольник на шесть треугольников (см. рис.). Площади трех закрашенных треугольников равны. Верно ли, что исходный треугольник равносторонний?



3. Петя играет в игру-стрелялку. Если он наберет менее 1000 очков, то компьютер добавит ему 20% от его результата. Если он наберет от 1000 до 2000 очков, то компьютер добавит ему 20% от первой тысячи очков и 30% от оставшегося количества очков. Если Петя наберет более 2000 очков, то компьютер добавит ему 20% от первой тысячи очков, 30% от второй тысячи и 50% от оставшегося количества. Сколько призовых очков получил Петя, если по окончании игры у него было 2370 очков?

4. Точки A_1 и A_3 расположены по одну сторону от плоскости α, а точки A_2 и A_4 — по другую сторону. Пусть B_1, B_2, B_3 и B_4 — точки пересечения отрезков A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 и A_4A_1 с плоскостью α соответственно. Найдите: $\frac{A_1B_1}{B_1A_2}\cdot\frac{A_2B_2}{B_2A_3}\cdot\frac{A_3B_3}{B_3A_4}\cdot\frac{A_4B_4}{B_4A_1}$.

5. Произведение положительных чисел x, y и z равно 1. Докажите, что $(2+x)(2+y)(2+z) \geqslant 27$.

6. Клетчатая прямоугольная сетка $m \times n$ связана из веревочек единичной длины. Двое делают ходы по очереди. За один ход можно разрезать (посередине) не разрезанную ранее единичную веревочку. Если не останется ни одного замкнутого веревочного контура, то игрок, сделавший последний ход, считается проигравшим. Кто из игроков победит при правильной игре и как он должен для этого играть?

Московская математическая олимпиада (городской тур) пройдет в МГУ 9.03.2008. Начало в 10.00. Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru/mmo