

## 11 класс

## Первый день

- 11.1. Квадратный трехчлен  $f(x)$  таков, что многочлен  $(f(x))^5 - f(x)$  имеет ровно три вещественных корня. Найдите ординату вершины графика этого трехчлена.
- 11.2. В некоторых клетках таблицы  $10 \times 10$  расставлены несколько крестиков и несколько ноликов. Известно, что нет линии (строки или столбца), полностью заполненной одинаковыми значками (крестиками или ноликами). Однако, если в любую пустую клетку поставить любой значок, то это условие нарушится. Какое минимальное число значков может стоять в таблице?
- 11.3. Докажите, что  $x \cos x \leq \frac{\pi^2}{16}$  при  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .
- 11.4. В остроугольном неравностороннем треугольнике  $ABC$  проведена высота  $AA'$  и отмечены точки  $H$  и  $O$  — точка пересечения высот и центр описанной окружности. Докажите, что точка, симметричная центру описанной окружности треугольника  $HOA'$  относительно прямой  $HO$ , лежит на средней линии треугольника  $ABC$ .

## 11 класс

## Первый день

- 11.1. Квадратный трехчлен  $f(x)$  таков, что многочлен  $(f(x))^5 - f(x)$  имеет ровно три вещественных корня. Найдите ординату вершины графика этого трехчлена.
- 11.2. В некоторых клетках таблицы  $10 \times 10$  расставлены несколько крестиков и несколько ноликов. Известно, что нет линии (строки или столбца), полностью заполненной одинаковыми значками (крестиками или ноликами). Однако, если в любую пустую клетку поставить любой значок, то это условие нарушится. Какое минимальное число значков может стоять в таблице?
- 11.3. Докажите, что  $x \cos x \leq \frac{\pi^2}{16}$  при  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .
- 11.4. В остроугольном неравностороннем треугольнике  $ABC$  проведена высота  $AA'$  и отмечены точки  $H$  и  $O$  — точка пересечения высот и центр описанной окружности. Докажите, что точка, симметричная центру описанной окружности треугольника  $HOA'$  относительно прямой  $HO$ , лежит на средней линии треугольника  $ABC$ .