

9 класс

Первый день

9.1. Гриб называется *плохим*, если в нем не менее 10 червей. В лукошке 90 плохих и 10 хороших грибов. Могут ли все грибы стать хорошими после того, как некоторые черви переползут из плохих грибов в хорошие?

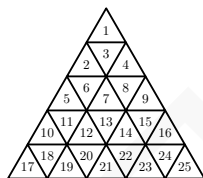
9.2. Рациональные числа a и b удовлетворяют равенству

$$a^3b + ab^3 + 2a^2b^2 + 2a + 2b + 1 = 0.$$

Докажите, что число $1 - ab$ является квадратом рационального числа.

9.3. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 , BB_1 , CC_1 . Прямая, перпендикулярная стороне AC и проходящая через точку A_1 , пересекает прямую B_1C_1 в точке D . Докажите, что угол ADC прямой.

9.4. На рисунке показан треугольник, разбитый на 25 меньших треугольников, занумерованных числами от 1 до 25. Можно ли эти же числа расставить в клетках квадрата 5×5 так, чтобы любые два числа, записанные в соседних треугольниках, были записаны и в соседних клетках квадрата? (Треугольники, так же, как и клетки квадрата, считаются соседними, если имеют общую сторону.)



9 класс

Первый день

9.1. Гриб называется *плохим*, если в нем не менее 10 червей. В лукошке 90 плохих и 10 хороших грибов. Могут ли все грибы стать хорошими после того, как некоторые черви переползут из плохих грибов в хорошие?

9.2. Рациональные числа a и b удовлетворяют равенству

$$a^3b + ab^3 + 2a^2b^2 + 2a + 2b + 1 = 0.$$

Докажите, что число $1 - ab$ является квадратом рационального числа.

9.3. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 , BB_1 , CC_1 . Прямая, перпендикулярная стороне AC и проходящая через точку A_1 , пересекает прямую B_1C_1 в точке D . Докажите, что угол ADC прямой.

9.4. На рисунке показан треугольник, разбитый на 25 меньших треугольников, занумерованных числами от 1 до 25. Можно ли эти же числа расставить в клетках квадрата 5×5 так, чтобы любые два числа, записанные в соседних треугольниках, были записаны и в соседних клетках квадрата? (Треугольники, так же, как и клетки квадрата, считаются соседними, если имеют общую сторону.)

