

Всероссийская математическая олимпиада

II этап

11 класс

14.12.2008

Работа рассчитана на 240 минут

1. Сколько корней имеет квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

если $|a + c| = |b|$, а числа a и c различны?

2. Решите уравнение

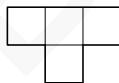
$$\sin x + \sin^3 x + 2008 \sin^5 x = \cos 2x + \cos^3 2x + 2008 \cos^5 2x.$$

3. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Сравните расстояния от вершины A до плоскостей A_1BD и C_1BD . Обоснуйте ответ.

4. Последовательность чисел строится следующим образом. Первое число в ней равно 2. Каждое последующее число равно сумме кубов цифр предыдущего числа. Вася утверждает, что среди чисел этой последовательности встретятся два одинаковых числа, Коля, — что этого никогда не произойдет. Кто из них прав?

5. Точка M — середина хорды AB . Хорда CD пересекает AB в точке M . На отрезке CD как на диаметре построена полуокружность. Точка E лежит на этой полуокружности и ME — перпендикуляр к CD . Найдите угол AEB .

6. Можно ли расставить в клетках шахматной доски натуральные числа от 1 до 64 так, чтобы сумма чисел в любой фигуре вида (см. рис.) была кратна 5?



Региональный тур Всероссийской олимпиады школьников по математике для 9-11 классов состоится 23 и 24 января 2009 года на него приглашаются победители и призеры окружных олимпиад этого года.

LXII Московская математическая олимпиада (для 8-11 классов) пройдет в МГУ 15 марта 2009 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Подробную информацию смотрите на сайте <http://www.mccme.ru/mmo>