

Работа рассчитана на 240 минут

1. Известно, что $x^2 + y^2 = 19$, $xy = 3$. Какие значения может принимать $x + y$?

2. В равнобокой трапеции одно из оснований в три раза больше другого. Угол при большем основании равен 45° . Покажите, как разрезать эту трапецию на три части и сложить из них квадрат. Обоснуйте решение.

3. По кругу стоит 101 коробка, в каждой из которых лежат черные и белые шарики. На каждой коробке написано, сколько в ней черных шариков и сколько белых. Петя хочет переложить из каждой коробки по одному шарiku в следующую (по часовой стрелке) коробку так, чтобы обе надписи на каждой из коробок стали неверными. Сможет ли он это сделать?

4. В остроугольном треугольнике ABC BH — высота, AM — медиана. Угол MCA в два раза больше угла MAC , $BC = 10$ см. Найдите AH .

5. Прямоугольник разделен на квадратики со стороной 1 см. В каждом квадратики записано число (не обязательно целое) так, что сумма чисел в каждой строке равна 1, а сумма чисел в каждом столбце равна 2. Может ли площадь прямоугольника оказаться равной 2008 см²?

6. Какое наибольшее количество различных натуральных чисел можно выбрать так, чтобы сумма любых трех из них была простым числом?