

11 класс

11.5. Углы треугольника α, β, γ удовлетворяют неравенствам $\sin \alpha > \cos \beta, \sin \beta > \cos \gamma, \sin \gamma > \cos \alpha$. Докажите, что треугольник остроугольный.
 (И. Богданов)

11.6. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит параллелограмм $ABCD$. Докажите, что для любой точки O внутри пирамиды сумма объёмов тетраэдров $OSAB$ и $OSCD$ равна сумме объёмов тетраэдров $OSBC$ и $OSDA$.
 (Д. Терёшин)

11.7. Целые числа a, b, c таковы, что значения квадратных трёхчленов $bx^2 + cx + a$ и $cx^2 + ax + b$ при $x = 1234$ совпадают. Может ли первый трёхчлен при $x = 1$ принимать значение 2009?

(П. Козлов)

11.8. В клетки квадрата 100×100 расставили числа 1, 2, ..., 10000, каждое — по одному разу; при этом числа, различающиеся на 1, записаны в соседних по стороне клетках. После этого посчитали расстояния между центрами каждого двух клеток, числа в которых различаются ровно на 5000. Пусть S — минимальное из этих расстояний. Какое наибольшее значение может принимать S ?