

9 класс**Первый день**

- 9.1. Про три положительных числа известно, что если выбрать одно из них и прибавить к нему сумму квадратов двух других, то получится одна и та же сумма, независимо от выбранного числа. Верно ли, что все числа равны?
- 9.2. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$). На меньшей дуге AB описанной около него окружности взята точка D . На продолжении отрезка AD за точку D выбрана точка E так, что точки A и E лежат в одной полуплоскости относительно BC . Описанная окружность треугольника BDE пересекает сторону AB в точке F . Докажите, что прямые EF и BC параллельны.
- 9.3. Через центры некоторых клеток шахматной доски 8×8 проведена замкнутая несамопересекающаяся ломаная. Каждое звено ломаной соединяет центры соседних по горизонтали, вертикали или диагонали клеток. Докажите, что в ограниченном ею многоугольнике общая площадь чёрных частей равна общей площади белых частей.
- 9.4. Даны положительные числа x, y, z . Докажите неравенство

$$\frac{x+1}{y+1} + \frac{y+1}{z+1} + \frac{z+1}{x+1} \leqslant \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}.$$

9 класс**Первый день**

- 9.1. Про три положительных числа известно, что если выбрать одно из них и прибавить к нему сумму квадратов двух других, то получится одна и та же сумма, независимо от выбранного числа. Верно ли, что все числа равны?
- 9.2. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$). На меньшей дуге AB описанной около него окружности взята точка D . На продолжении отрезка AD за точку D выбрана точка E так, что точки A и E лежат в одной полуплоскости относительно BC . Описанная окружность треугольника BDE пересекает сторону AB в точке F . Докажите, что прямые EF и BC параллельны.
- 9.3. Через центры некоторых клеток шахматной доски 8×8 проведена замкнутая несамопересекающаяся ломаная. Каждое звено ломаной соединяет центры соседних по горизонтали, вертикали или диагонали клеток. Докажите, что в ограниченном ею многоугольнике общая площадь чёрных частей равна общей площади белых частей.
- 9.4. Даны положительные числа x, y, z . Докажите неравенство

$$\frac{x+1}{y+1} + \frac{y+1}{z+1} + \frac{z+1}{x+1} \leqslant \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}.$$