

## 9 класс

## Второй день

- 9.5. По кругу стоит 101 мудрец. Каждый из них либо считает, что Земля вращается вокруг Юпитера, либо считает, что Юпитер вращается вокруг Земли. Один раз в минуту все мудрецы одновременно оглашают свои мнения. Сразу после этого каждый мудрец, оба соседа которого думают иначе, чем он, меняет своё мнение, а остальные — не меняют. Докажите, что через некоторое время мнения перестанут меняться.
- 9.6. Точки  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  выбраны на сторонах  $BC$ ,  $CA$  и  $AB$  треугольника  $ABC$  соответственно. Оказалось, что  $AB_1 - AC_1 = CA_1 - CB_1 = BC_1 - BA_1$ . Пусть  $I_A$ ,  $I_B$  и  $I_C$  — центры окружностей, вписанных в треугольники  $AB_1C_1$ ,  $A_1BC_1$  и  $A_1B_1C$ , соответственно. Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника  $I_AI_BI_C$ , совпадает с центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .
- 9.7. Изначально на доске записаны 10 последовательных натуральных чисел. За одну операцию разрешается выбрать любые два числа на доске (обозначим их  $a$  и  $b$ ) и заменить их на числа  $a^2 - 2011b^2$  и  $ab$ . После нескольких таких операций на доске не осталось ни одного из исходных чисел. Могли ли там опять оказаться 10 последовательных натуральных чисел?
- 9.8. В некотором городе сеть автобусных маршрутов устроена так, что любые два маршрута имеют ровно одну общую остановку, и на каждом маршруте есть хотя бы 4 остановки. Докажите, что все остановки можно распределить между двумя компаниями так, что на каждом маршруте найдутся остановки обеих компаний.

## 9 класс

## Второй день

- 9.5. По кругу стоит 101 мудрец. Каждый из них либо считает, что Земля вращается вокруг Юпитера, либо считает, что Юпитер вращается вокруг Земли. Один раз в минуту все мудрецы одновременно оглашают свои мнения. Сразу после этого каждый мудрец, оба соседа которого думают иначе, чем он, меняет своё мнение, а остальные — не меняют. Докажите, что через некоторое время мнения перестанут меняться.
- 9.6. Точки  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  выбраны на сторонах  $BC$ ,  $CA$  и  $AB$  треугольника  $ABC$  соответственно. Оказалось, что  $AB_1 - AC_1 = CA_1 - CB_1 = BC_1 - BA_1$ . Пусть  $I_A$ ,  $I_B$  и  $I_C$  — центры окружностей, вписанных в треугольники  $AB_1C_1$ ,  $A_1BC_1$  и  $A_1B_1C$ , соответственно. Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника  $I_AI_BI_C$ , совпадает с центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .
- 9.7. Изначально на доске записаны 10 последовательных натуральных чисел. За одну операцию разрешается выбрать любые два числа на доске (обозначим их  $a$  и  $b$ ) и заменить их на числа  $a^2 - 2011b^2$  и  $ab$ . После нескольких таких операций на доске не осталось ни одного из исходных чисел. Могли ли там опять оказаться 10 последовательных натуральных чисел?
- 9.8. В некотором городе сеть автобусных маршрутов устроена так, что любые два маршрута имеют ровно одну общую остановку, и на каждом маршруте есть хотя бы 4 остановки. Докажите, что все остановки можно распределить между двумя компаниями так, что на каждом маршруте найдутся остановки обеих компаний.