

**11 класс****Второй день**

- 11.5. Докажите, что для любого натурального  $n$  выполнено неравенство  $(n - 1)^{n+1}(n + 1)^{n-1} < n^{2n}$ .
- 11.6. В волейбольном турнире с участием 73 команд каждая команда сыграла с каждой по одному разу. В конце турнира все команды разделили на две группы так, что любая команда первой группы одержала  $n$  побед, а любая команда второй группы — ровно  $m$  побед. Могло ли оказаться, что  $m \neq n$ ?
- 11.7. Даны различные натуральные числа  $a, b$ . На координатной плоскости нарисованы графики функций  $y = \sin ax$ ,  $y = \sin bx$  и отмечены все точки их пересечения. Докажите, что существует натуральное число  $c$ , отличное от  $a, b$  и такое, что график функции  $y = \sin cx$  проходит через все отмеченные точки.
- 11.8. Выпуклый четырёхугольник  $ABCD$  таков, что  $AB \cdot CD = AD \cdot BC$ . Докажите, что  $\angle BAC + \angle CBD + \angle DCA + \angle ADB = 180^\circ$ .

**11 класс****Второй день**

- 11.5. Докажите, что для любого натурального  $n$  выполнено неравенство  $(n - 1)^{n+1}(n + 1)^{n-1} < n^{2n}$ .
- 11.6. В волейбольном турнире с участием 73 команд каждая команда сыграла с каждой по одному разу. В конце турнира все команды разделили на две группы так, что любая команда первой группы одержала  $n$  побед, а любая команда второй группы — ровно  $m$  побед. Могло ли оказаться, что  $m \neq n$ ?
- 11.7. Даны различные натуральные числа  $a, b$ . На координатной плоскости нарисованы графики функций  $y = \sin ax$ ,  $y = \sin bx$  и отмечены все точки их пересечения. Докажите, что существует натуральное число  $c$ , отличное от  $a, b$  и такое, что график функции  $y = \sin cx$  проходит через все отмеченные точки.
- 11.8. Выпуклый четырёхугольник  $ABCD$  таков, что  $AB \cdot CD = AD \cdot BC$ . Докажите, что  $\angle BAC + \angle CBD + \angle DCA + \angle ADB = 180^\circ$ .