

11 класс

Первый день

- 11.1. Даны многочлены $P(x)$ и $Q(x)$ десятой степени, старшие коэффициенты которых равны 1. Известно, что уравнение $P(x) = Q(x)$ не имеет действительных корней. Докажите, что уравнение $P(x+1) = Q(x-1)$ имеет хотя бы один действительный корень.
- 11.2. Вписанная и невписанная сферы треугольной пирамиды $ABCD$ касаются её грани BCD в различных точках X и Y . Докажите, что треугольник AXY тупоугольный. (Невписанная сфера пирамиды касается одной её грани, а также плоскостей остальных граней вне этих граней.)
- 11.3. Найдите все натуральные k такие, что произведение первых k нечётных простых чисел, уменьшенное на 1, является точной степенью натурального числа (большей, чем первая).
- 11.4. На каждой из 2013 карточек написано по числу, все эти 2013 чисел различны. Карточки перевернуты числами вниз. За один ход разрешается указать на десять карточек, и в ответ сообщат одно из чисел, написанных на них (неизвестно, какое). Для какого наибольшего t гарантированно удастся найти t карточек, про которые известно, какое число написано на каждой из них?