

10 класс

Второй день

- 10.5. Существует ли такое натуральное n , что для любых ненулевых цифр a и b число $\overline{anb}$ делится на $\overline{ab}$? (Здесь через $\overline{x\dots y}$ обозначено число, получаемое приписыванием друг к другу десятичных записей чисел $x, \dots, y$.)
- 10.6. Петя и Вася придумали десять многочленов пятой степени. Затем Вася по очереди называл последовательные натуральные числа (начиная с некоторого), а Петя каждое названное число подставлял в один из многочленов по своему выбору и записывал полученные значения на доску слева направо. Оказалось, что числа, записанные на доске, образуют арифметическую прогрессию (именно в этом порядке). Какое максимальное количество чисел Вася мог называть?
- 10.7. Окружность с центром I , вписанная в треугольник ABC , касается сторон BC , CA , AB в точках A_1 , B_1 , C_1 соответственно. Пусть I_a , I_b , I_c — центры вневписанных окружностей треугольника ABC , касающихся соответственно сторон BC , CA , AB . Отрезки I_aB_1 и I_bA_1 пересекаются в точке C_2 . Аналогично, отрезки I_bC_1 и I_cB_1 пересекаются в точке A_2 , а отрезки I_cA_1 и I_aC_1 — в точке B_2 . Докажите, что I является центром окружности, описанной около треугольника $A_2B_2C_2$.
- 10.8. На плоскости нарисован квадрат, стороны которого горизонтальны и вертикальны. В нём проведены несколько отрезков, параллельных сторонам, причем никакие два отрезка не лежат на одной прямой и не пересекаются по точке, внутренней для обоих отрезков. Оказалось, что отрезки разбили квадрат на прямоугольники, причём любая вертикальная прямая, пересекающая квадрат и не содержащая отрезков разбиения, пересекает ровно k прямоугольников разбиения, а любая горизонтальная прямая, пересекающая квадрат и не содержащая отрезков разбиения — ровно ℓ прямоугольников. Каким могло оказаться количество прямоугольников разбиения?