

## 10 класс

### Первый день

- 10.1. Даны различные действительные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Докажите, что хотя бы два из уравнений  $(x - a)(x - b) = x - c$ ,  $(x - b)(x - c) = x - a$ ,  $(x - c)(x - a) = x - b$  имеют решение.
- 10.2. На окружности отметили  $n$  точек, разбивающие её на  $n$  дуг. Окружность повернули вокруг центра на угол  $2\pi k/n$  (при некотором натуральном  $k$ ), в результате чего отмеченные точки перешли в  $n$  новых точек, разбивающих окружность на  $n$  новых дуг. Докажите, что найдется новая дуга, которая целиком лежит в одной из старых дуг. (Считается, что концы дуги ей принадлежат.)
- 10.3. Найдите все натуральные  $k$  такие, что произведение первых  $k$  простых чисел, уменьшенное на 1, является точной степенью натурального числа (большей, чем первая).
- 10.4. Внутри вписанного четырёхугольника  $ABCD$  отмечены такие точки  $P$  и  $Q$ , что  $\angle PDC + \angle PCB = \angle PAB + \angle PBC = \angle QCD + \angle QDA = \angle QBA + \angle QAD = 90^\circ$ . Докажите, что прямая  $PQ$  образует равные углы с прямыми  $AD$  и  $BC$ .