

Работа рассчитана на 240 минут

1. График квадратичной функции  $y = ax^2 + c$  пересекает оси координат в вершинах правильного треугольника. Чему равно  $ac$ ?

2. На доске записано число 2018. Игорь дописывает в конец этого числа такую цифру, чтобы получившееся число было кратно 11, и делит его на 11. Затем он дописывает подходящую цифру в конец полученного частного и делит его на 11, и так далее. Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?

3. Внутри треугольника  $ABC$  отмечена точка  $P$ . Биссектрисы углов  $BAC$  и  $ACP$  пересекаются в точке  $M$ , а биссектриса угла  $PBA$  и прямая, содержащая биссектрису угла  $BPC$ , пересекаются в точке  $N$ . Докажите, что точка пересечения прямых  $CP$  и  $AB$  лежит на прямой  $MN$ .

4. Квадрат со стороной 7 клеток полностью замостили трёхклеточными «уголками» и пятиклеточными «плюсиками» (см. рисунок). Какое наибольшее количество «плюсиков» могло быть использовано?



5. Найдите все пары  $(x; y)$  действительных чисел, удовлетворяющие условиям:  $x^3 + y^3 = 1$  и  $x^4 + y^4 = 1$ .

6. Стороны основания кирпича равны 28 см и 9 см, а высота 6 см. Улитка ползёт прямолинейно по граням кирпича из вершины нижнего основания в противоположную вершину верхнего основания. Горизонтальная и вертикальная составляющие ее скорости  $v_x$  и  $v_y$  связаны соотношением  $v_x^2 + 4v_y^2 = 1$  (например, на верхней грани  $v_y = 0$  см/мин, поэтому  $v_x = v = 1$  см/мин). Какое наименьшее время может затратить улитка на своё путешествие?

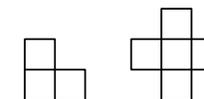
Работа рассчитана на 240 минут

1. График квадратичной функции  $y = ax^2 + c$  пересекает оси координат в вершинах правильного треугольника. Чему равно  $ac$ ?

2. На доске записано число 2018. Игорь дописывает в конец этого числа такую цифру, чтобы получившееся число было кратно 11, и делит его на 11. Затем он дописывает подходящую цифру в конец полученного частного и делит его на 11, и так далее. Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?

3. Внутри треугольника  $ABC$  отмечена точка  $P$ . Биссектрисы углов  $BAC$  и  $ACP$  пересекаются в точке  $M$ , а биссектриса угла  $PBA$  и прямая, содержащая биссектрису угла  $BPC$ , пересекаются в точке  $N$ . Докажите, что точка пересечения прямых  $CP$  и  $AB$  лежит на прямой  $MN$ .

4. Квадрат со стороной 7 клеток полностью замостили трёхклеточными «уголками» и пятиклеточными «плюсиками» (см. рисунок). Какое наибольшее количество «плюсиков» могло быть использовано?



5. Найдите все пары  $(x; y)$  действительных чисел, удовлетворяющие условиям:  $x^3 + y^3 = 1$  и  $x^4 + y^4 = 1$ .

6. Стороны основания кирпича равны 28 см и 9 см, а высота 6 см. Улитка ползёт прямолинейно по граням кирпича из вершины нижнего основания в противоположную вершину верхнего основания. Горизонтальная и вертикальная составляющие ее скорости  $v_x$  и  $v_y$  связаны соотношением  $v_x^2 + 4v_y^2 = 1$  (например, на верхней грани  $v_y = 0$  см/мин, поэтому  $v_x = v = 1$  см/мин). Какое наименьшее время может затратить улитка на своё путешествие?