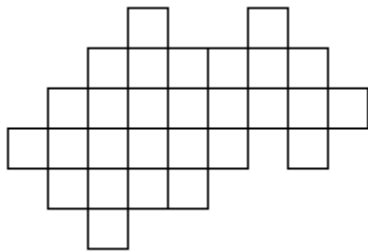




Командная олимпиада. 11 ноября 2012 года.



1. Разрежьте фигуру на рисунке на две равные части.
2. Количество вариантов разбить прямоугольник 3×6 на прямоугольники 1×3 – чётное число (а именно 6). Докажите, что количество вариантов разбить прямоугольник 3×20 на прямоугольники 1×3 – также чётное число.
3. ABCDEF – правильный шестиугольник. Точка B_1 лежит на прямой AB. $AB_1C_1D_1E_1F_1$ – также правильный шестиугольник. Прямые BE и B_1E_1 пересекаются в точке H. Докажите, что точки D, H и D_1 лежат на одной прямой.
4. На 99 карточках написаны такие утверждения: «На карточке №1 – ложное утверждение», «На карточке №2 – ложное утверждение»,..., «На карточке №99 – ложное утверждение». Карточки перемешали и подписали на них номера (числа от 1 до 99), так что теперь утверждения на карточках обрели смысл. Логик Курт решил посмотреть, не противоречат ли какие-нибудь утверждения друг другу. Докажите, что он обязательно найдёт какое-нибудь противоречие.
5. Три луга, покрытые травой одинаковой густоты и скорости роста, имеют площади: 10/3 га, 10 га, 24 га. Первый может прокормить 12 быков в продолжение 4 недель; второй – 21 быка в течение 9 недель. Сколько быков может прокормить третий луг в течение 18 недель? (Быки находятся на лугу, пока не съедят всю траву)
6. Докажите, что не существует таких натуральных чисел x, y, z , что

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right) = z + \frac{1}{z}.$$
7. Из шахматной доски вырезали 4 клетки: $a2, b8, g8, h2$. Какое максимальное количество слонов можно поставить на такую доску так, чтобы они не били друг друга?
8. На 8 марта мальчики из 8Ю класса подарили всем девочкам своего класса цветы. Всем поровну, чтобы никого не обидеть. После этого девочки начали поздравлять с 8 марта друг друга. Время от времени какая-нибудь из девочек брала часть своих цветов, и раздавал их поровну остальным девочкам. Через несколько таких операций у одной из девочек оказалось 24 цветка, а ещё у одной – 17 цветков. Сколько девочек в 8Ю классе?
9. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны. На стороне AB выбрана точка E, а на продолжении стороны AC за точку A выбрана точка D так, что углы BDC и ECA равны. Докажите, что площади треугольников DEC и ABC равны.
10. На столе лежит 2012 конфет Лена и Ваня по очереди берут конфеты из кучи, причём взять можно не более половины. Начинает Лена. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Время на решение – 3,5 часа. В первые 20 минут задачи не принимаются.

Каждый участник имеет право рассказать не более трех задач. Каждую задачу можно рассказывать не более трех раз.