

10 класс

10.1 Не является ли косинус функцией от синуса? Точнее, не существует ли такая функция f , что $\cos x = f(\sin x)$ при всех значениях x ?

10.2 Около окружности с центром O описан четырехугольник $ABCD$. Докажите, что сумма углов AOB и COD равна 180° .

10.3 $a + b \neq -1, b < 0$. Докажите, что если $x_0 < 0$ – корень уравнения $ax^4 + bx^3 + 1 = 0$, то x_0 не является корнем уравнения $ax^5 + bx + 1 = 0$.

10.4 Последовательность чисел $x_1, x_2, x_3, \dots$ построена по закону: $x_1 = 1, x_{n+1} = x_n + \frac{1}{\sqrt{x_n}}$ при $n \geq 1$.

Докажите, что $x_n > \sqrt[3]{n^2}$ при $n > 1$.

10.5 Все члены геометрической прогрессии с положительным первым членом и знаменателем $q > 1$ являются некоторыми членами некоторой арифметической прогрессии. Докажите, что q – целое число.