

10 класс

10.1 На координатной плоскости рассматриваются всевозможные параболы $y=x^2+ax$. Докажите, что вершины этих парабол сами лежат на некоторой параболе. На какой?

10.2 Обозначим через $[a]$ наибольшее целое число, не превосходящее a . Существует ли такое натуральное число n , для которого $\lfloor n\sqrt{n} \rfloor = 100$?

10.3 Приведите пример, если это возможно, квадратного трехчлена $f(x)=x^2+px+q$ имеющего два различных корня и такого, что уравнение $f(f(x))=0$ корней не имеет.

10.4 Дан прямоугольный треугольник с катетами 1 и 2. Точка P , лежащая на гипотенузе, равноудалена от середин катетов. Найдите расстояние от точки P до вершины прямого угла треугольника.

10.5 Докажите, что число 2012 нельзя представить в виде разности кубов двух натуральных чисел.