

10 класс

10.1 При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6y = 1, \\ 5x^2 + 6y = p \end{cases} \quad \text{не имеет решений?}$$

10.2 Докажите, что если $0 < a < 1$, то $\frac{a}{1-a} + \frac{1}{a} \geq 3$.

10.3 Пусть $p > 0$, $q < 0$, $p + q \neq -1$. Докажите, что если x_0 является корнем уравнения $x^4 + px + q = 0$, то x_0 не является корнем уравнения $x^5 + px^3 + q = 0$.

10.4 Докажите, что отрезок, соединяющий вершину прямого угла прямоугольного треугольника с центром квадрата, построенного на гипотенузе, делит прямой угол пополам.

10.5 Последовательность целых чисел $a_0, a_1, a_2, \dots$ образована по закону: $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n a_{n-1} + 1$ для $n = 1, 2, \dots$.
Докажите, что ни одно из чисел $a_n + 1$ не делится на 5.