

## ДВИ в МГУ (2019)

- #1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее  $\sqrt{2019 \cdot 2029 - 2016 \cdot 2032}$ .
- #2. Найдите  $a+b+c$ , если известно, что  $a+2b=3$ ,  $b+2c=4$ ,  $c+2a=5$ .
- #3. Решите уравнение  $7 \sin x + 2 \cos 2x = 5$ .
- #4. Решите неравенство  $2^{\log_2^2 x} + 7x^{\log_2 x} < 16$ .
- #5. На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  отмечены точки  $D$  и  $E$  таким образом, что  $AD:DB = BE:EA = 1:4$ . Найдите  $AB$ , если известно, что площадь треугольника  $ABC$  равна 18, а тангенс угла  $DCE$  равен  $5/3$ .
- #6. Найдите все пары вещественных чисел  $(a; b)$ , при которых неравенство  $2a(x+2)^4 + 9b(x-2)^4 \geq x^4 + 24x^2 + 16$  справедливо для всех вещественных  $x$ .
- #7. Плоскость  $\pi$  проходит через три вершины прямоугольного параллелепипеда, отсекая от него тетраэдр. Два шара максимально возможных радиусов находятся внутри сферы, описанной около этого параллелепипеда, по разные стороны от плоскости  $\pi$ . Найдите отношение радиусов этих шаров, если известно, что ребра параллелепипеда равны  $1, \sqrt{3}, 3$ .
- #8. Найдите все  $x, y$  из полуинтервала  $(-\pi; \pi]$ , удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} 24\sqrt{7} \sin x + 8 \sin y + 3\sqrt{14} \sin \frac{x+y}{2} = 9\sqrt{7}, \\ 8 \sin x \sin y + 3\sqrt{14} \sin x \sin \frac{x+y}{2} + \sqrt{2} \sin y \sin \frac{x+y}{2} = \frac{9\sqrt{7}}{8}. \end{cases}$$