

Часть 20. Степень с рациональным показателем

20.1. Упростите выражения:

$$а) \sqrt[4]{32\sqrt[3]{4}} + \sqrt[4]{64\sqrt[3]{\frac{1}{2}}} - 3\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}; \quad б) \frac{\sqrt[4]{7\sqrt[3]{54}} + 15\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{4\sqrt[4]{32}} + \sqrt[3]{9\sqrt[4]{162}}}$$

20.2. Сократите дроби:

$$а) \frac{a^2 - b^2}{a - b}; \quad б) \frac{a - b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}; \quad в) \frac{a^3 + b^3}{a + b}; \quad г) \frac{a - b}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}; \quad д) \frac{a + b}{a^{\frac{2}{3}} - (ab)^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}; \quad е) \frac{4 - x}{2 + x^{\frac{1}{2}}};$$

$$д) \frac{9a - 4b}{3\sqrt{a} - 2\sqrt{b}}; \quad з) \frac{a - 2(ab)^{\frac{1}{2}} + b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}; \quad и) \frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a + (ab)^{\frac{1}{2}} + b}; \quad к) \frac{27x^{\frac{3}{2}} + 8y^{\frac{3}{2}}}{3x^{\frac{1}{2}} + 2y^{\frac{1}{2}}}$$

20.3. Сократите дроби:

$$а) \frac{a - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}; \quad б) \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}; \quad в) \frac{x - y}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}; \quad г) \frac{\left(a^{\frac{1}{5}} - b^{\frac{1}{5}}\right)\left(a^{\frac{2}{5}} + (ab)^{\frac{1}{5}} + b^{\frac{2}{5}}\right)}{a - b^{\frac{3}{5}}a^{\frac{2}{5}}};$$

$$д) \frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{5}{4}}y + y^{\frac{5}{4}}x}; \quad е) \frac{xy^3\sqrt{x} - 2y^3\sqrt{(xy)^2} + y^2\sqrt{y}}{\left(x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}}\right)^2}; \quad ж) \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{6}}}$$

20.4. Упростите выражения:

$$а) \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} : \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}}; \quad б) \frac{x - 1}{x + x^{\frac{1}{2}} + 1} : \frac{x^{0,5} + 1}{x^{1,5} - 1} + \frac{2}{x^{-0,5}}; \quad в) \frac{x - 1}{x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} + 1} \cdot x^{\frac{1}{4}} + 1;$$

$$г) \frac{(x^2 - y^2)(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})}{\sqrt[3]{x^5} + \sqrt[3]{x^2y^3} - \sqrt[3]{x^3y^2} - \sqrt[3]{y^5}} - (\sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}); \quad д) \left(\frac{a + 2}{\sqrt{2a}} - \frac{a}{\sqrt{2a} + 2} + \frac{2}{a - \sqrt{2a}}\right) \cdot \frac{\sqrt{a} - \sqrt{2}}{a + 2};$$

$$е) \frac{1 - x^{-2}}{x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}} - \frac{2}{x^{\frac{3}{2}}} + \frac{x^{-2} - x}{x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}}; \quad ж) \left((\sqrt[4]{p} - \sqrt[4]{q})^{-2} + (\sqrt[4]{p} + \sqrt[4]{q})^{-2}\right) : \frac{\sqrt{p} + \sqrt{q}}{p - q};$$

$$з) \frac{2x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - 3x^{-\frac{1}{3}}} - \frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{5}{3}} - x^{\frac{2}{3}}} - \frac{x + 1}{x^2 - 4x + 3}; \quad и) \frac{(\sqrt[4]{m} + \sqrt[4]{n})^2 + (\sqrt[4]{m} - \sqrt[4]{n})^2}{2(m - n)} : \frac{1}{m^{\frac{3}{2}} - n^{\frac{3}{2}}} - 3\sqrt{mn};$$

$$к) \frac{x - y}{x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}} + x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{2}}}; \quad л) \left(\frac{x^{\frac{3}{4}} - x^{\frac{1}{4}}}{1 - x^{\frac{1}{2}}} + \frac{1 + \sqrt{x}}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x}\right)^{-\frac{1}{2}};$$

$$м) \frac{\sqrt[4]{x^5} + \sqrt[4]{xy^4} - \sqrt[4]{x^4y} - \sqrt[4]{y^5}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}); \quad н) \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4b}{(a - b) \left(\sqrt{\frac{1}{b}} + 3\sqrt{\frac{1}{a}}\right)} : \frac{a + 9b + 6\sqrt{ab}}{\sqrt{\frac{1}{b}} + \sqrt{\frac{1}{a}}}$$