

19

Вася и Петя решали задачи из сборника, и каждый из них решил все задачи этого сборника. Каждый день Вася решал на одну задачу больше, чем в предыдущий день, а Петя решал на две задачи больше, чем в предыдущий день. Они начали решать задачи в один день, при этом в первый день каждый из них решил хотя бы одну задачу.

- а) Могло ли получиться так, что Вася в первый день решил на одну задачу меньше, чем Петя, а Петя решил все задачи сборника ровно за 5 дней?
- б) Могло ли получиться так, что Вася в первый день решил на одну задачу больше, чем Петя, а Петя решил все задачи сборника ровно за 4 дня?
- в) Какое наименьшее число задач могло быть в сборнике, если известно, что каждый из них решал задачи более 6 дней, и в первый день один из них решил на одну задачу больше, чем другой.

19

Склад имеет форму прямоугольного параллелепипеда, длины рёбер которого выражаются целыми числами. Этот склад заполняют контейнерами размером  $1 \times 1 \times 3$ . При этом контейнеры можно располагать как угодно, но их грани должны быть параллельны граням склада.

- Могло ли получиться так, что склад объёмом 150 невозможно полностью заполнить контейнерами?
- Могло ли получиться так, что на складе объёмом 400 невозможно разместить 133 контейнера?
- Какой наибольший процент объёма любого склада объёмом не менее 200 гарантированно удастся заполнить контейнерами?

19

В ящике лежит 95 фруктов, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два фрукта различной массы, а средняя масса всех фруктов равна 100 г. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых меньше 100 г, равна 73 г. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых больше 100 г, равна 115 г.

- Могло ли в ящике оказаться поровну фруктов массой меньше 100 г и фруктов массой больше 100 г?
- Могло ли в ящике оказаться меньше 10 фруктов, масса каждого из которых равна 100 г?
- Какую наибольшую массу может иметь фрукт в этом ящике?

**19**

Последовательность  $(a_n)$  состоит из 100 натуральных чисел. Каждый следующий член последовательности, начиная со второго, либо вдвое меньше предыдущего, либо больше него на 90.

- а) Может ли такая последовательность быть образована ровно четырьмя различными числами?
- б) Чему может быть равно  $a_{100}$ , если  $a_1 = 89$ ?
- в) Какое наименьшее значение может принимать самое большое из чисел в такой последовательности?

19

В течение  $n$  дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждое из которых меньше 6. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество меньше, чем в предыдущий день.

- Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 7. Может ли  $n$  быть больше 6?
- Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 2, а среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 2,5?
- Известно, что  $n=6$ . Какое наименьшее количество чисел могло быть записано за все эти дни?

19

В ящике лежит 65 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 982 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1024 г.

- Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?
- Могло ли в ящике оказаться ровно 13 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?
- Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?