

16

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Точки M и N — середины сторон AB и CD соответственно. Окружность проходит через точки B и C и пересекает отрезки BM и CN в точках P и Q , отличных от концов отрезков, соответственно.

- а) Докажите, что точки M , N , P и Q лежат на одной окружности.
- б) Найдите QN , если отрезки DP и PC перпендикулярны, $AB = 26$, $BC = 4,5$, $CD = 25$, $AD = 21,5$.

16

Две окружности разных радиусов касаются внешним образом в точке K . Прямая касается первой окружности в точке A , а второй окружности в точке B . Луч BK пересекает первую окружность в точке D , луч AK пересекает вторую окружность в точке C .

- Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — трапеция.
- Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCD , если радиус первой окружности равен 1, а радиус второй окружности равен 4.

16

Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

- Докажите, что $\angle POA = \angle PAO$.
- Найдите площадь треугольника APO , если радиус описанной около треугольника ABC окружности равен 10, $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$.

16

Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

- Докажите, что $OP = CP$.
- Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если расстояние от точки P до прямой AC равно 18, $\angle ABC = 60^\circ$.

16

Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

а) Докажите, что $\angle ROC = \angle PCO$.

б) Найдите площадь треугольника APC , если радиус описанной около треугольника ABC окружности равен 8, $\angle ABC = 60^\circ$.

16

В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 60° . Высоты BN и CM треугольника ABC пересекаются в точке H . Точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC .

а) Докажите, что $AH = AO$.

б) Найдите площадь треугольника AHO , если $BC = 6\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$.