

В пирамиде $SABC$ известны длины рёбер: $SC = SB = AC = AB = \sqrt{31}$,
 $BC = SA = 2\sqrt{7}$.

- Докажите, что прямая SA перпендикулярна прямой BC .
- Найдите расстояние между прямыми BC и SA .

Радиус основания конуса с вершиной S и центром основания O равен 5, а его высота равна $\sqrt{51}$. Точка M — середина образующей SA конуса, а точки N и B лежат на основании конуса, причём прямая MN параллельна образующей конуса SB .

а) Докажите, что $\angle ANO$ — прямой.

б) Найдите угол между прямой BM и плоскостью основания конуса, если $AB = 8$.

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 5. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK:KB = SM:MC = 5:1$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой SA .

- Докажите, что сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α — прямоугольник.
- Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка A , а основанием — сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α .

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 7. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK:KB = SM:MC = 1:5$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой BC .

- а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .
- б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 5, а боковое ребро SA равно 3. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK : KB = SM : MC = 1 : 4$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой SA .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро AC в отношении $1 : 4$, считая от вершины A .

б) Найдите расстояние между прямыми SA и KM .

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 8, а боковое ребро SA равно 10. На рёбрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причём $DN:NC = SK:KC = 1:7$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой BC .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро SB в отношении $1:7$, считая от вершины S .

б) Найдите расстояние между прямыми SA и KN .