

## Подобие

1. **Замечательное свойство трапеции.** Докажите, что точка пересечения диагоналей, точка пересечения продолжений боковых сторон и середины оснований любой трапеции лежат на одной прямой.
2. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  — прямой. На катете  $CB$  как на диаметре во внешнюю сторону построена полуокружность, точка  $N$  — середина этой полуокружности. Докажите, что прямая  $AN$  делит пополам биссектрису угла  $C$ .
3. В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $M$  — середина стороны  $CD$ . Через точку  $C$  провели прямую, перпендикулярную прямой  $BM$ , а через точку  $M$  — прямую, перпендикулярную диагонали  $BD$ . Докажите, что два проведённых перпендикуляра пересекаются на прямой  $AD$ .
4. В треугольнике  $ABC$   $\angle B = 60^\circ$ . Внутри треугольника выбрали точку  $T$  такую, что  $\angle ATB = \angle CTB = 120^\circ$ .  $A_0, C_0$  — середины сторон  $AB, BC$ . Докажите, что точки  $A_0, T, C_0, B$  лежат на одной окружности.
5. В прямоугольнике  $ABCD$  опущен перпендикуляр  $BK$  на диагональ  $AC$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины отрезков  $AK$  и  $CD$  соответственно. Докажите, что угол  $BMN$  прямой.
6. Пусть  $M$  — точка пересечения диагоналей трапеции  $ABCD$ . На основании  $BC$  выбрана такая точка  $P$ , что  $\angle APM = \angle DPM$ . Докажите, что расстояние от точки  $C$  до прямой  $AP$  равно расстоянию от точки  $B$  до прямой  $DP$ .
7. В треугольнике  $ABC$  ( $AB > BC$ ) проведены медиана  $BM$  и биссектриса  $BL$ . Прямая, проходящая через точку  $M$  параллельно  $AB$ , пересекает  $BL$  в точке  $D$ , а прямая, проходящая через  $L$  параллельно  $BC$ , пересекает  $BM$  в точке  $E$ . Докажите, что прямые  $ED$  и  $BL$  перпендикулярны.