

Дискретная непрерывность

Оксюморон — стилистическая фигура художественной речи, сочетающая противоположные по смыслу определения или понятия.

Википедия

Важная задача. Несколько чисел выписали в ряд так, что любые два соседних числа отличаются не более, чем на единицу. Более того, первое число отрицательно, а последнее – положительно. Докажите, что среди этих чисел есть число 0.

1. В ряд выложено 50 белых и 50 черных шариков. Самый левый и самый правый шарик – белые. Докажите, что можно отсчитать несколько (но не все!) шариков, начиная с левого, так, чтобы среди них оказалось поровну черных и белых.
2. После первого тайма футбольного матча счёт был $0 : 1$, а закончилась игра со счётом $5 : 4$. Докажите, что в какой-то момент матча счёт был ничейным.
3. Существуют 1000 последовательных натуральных чисел, среди которых нет ни одного простого числа (например, $1001! + 2, 1001! + 3, \dots, 1001! + 1001$). А существуют ли 1000 последовательных натуральных чисел, среди которых ровно 5 простых чисел?
4. Белка прятала орехи вдоль прямой. Известно, что от каждого тайника к следующему она пробегала не больше 3 метров. Известно, что расстояние от первого тайника до последнего равно 100 м. Докажите, что найдутся два тайника, расстояния между которыми не меньше 22 метров и не больше 25 метров.
5. На клетчатой доске 100×100 половина клеток белые, а половина – черные. Докажите, что можно разрезать ее по границам клеток на две части с равным числом черных клеток.
6. За круглым столом сидит четное количество гномов в колпаках с помпонами, причем, у любых двух рядом сидящих гномов количество помпонов отличается не больше, чем на 1. Докажите, что найдется пара гномов, сидящих напротив друг друга, у которых количество помпонов на колпаках отличается не больше, чем на 1.
7. В некоторых клетках квадратной таблицы 10×10 расставлены числа $+1$ и -1 таким образом, что сумма всех чисел в таблице по абсолютной величине не превосходит 27. Докажите, что в некотором квадрате 5×5 сумма чисел по абсолютной величине не превосходит 5.