

Разнобой

1. В треугольнике стороны AB и AC равны. Медианы BN и CM пересекаются в точке O . $\angle NBC = 2\angle BOC$. Чему равен угол NOC ?
2. Илья Муромец рубил головы Змею Горынычу. Если за один удар он срубал 7 голов, то вырастали новые 4 головы. Если же он срубал 2 головы, то вырастали новые 8 голов. Убьет ли Илья Муромец Змея Горыныча, если у того первоначально было три головы?
3. Комиссия посетила больницу и составила отчет, в котором не было ни одного правдивого утверждения.
«Все врачи имеют достаточный опыт. Некоторые врачи никогда еще не ставили неправильного диагноза. Никто из врачей не опаздывает на работу. Все пациенты довольны лечением. Ни один из них не жалуется на бытовые условия. Некоторые пациенты выздоравливают за один день».
Напишите, как выглядел бы честный отчет.
4. Двадцать рыцарей надели двадцать плащей, и каждому плащ оказался короток. Тогда рыцари, сняв плащи, выстроились по росту. Самый высокий рыцарь взял себе самый длинный плащ, второй взял себе самый длинный плащ из оставшихся и т.д. Рыцарь самого маленького роста взял себе самый короткий плащ. Докажите, что и в этом случае каждому рыцарю плащ окажется короток.
5. Докажите, что $23a + 10b$ делится на 11 тогда и только тогда, когда
(а) $12a + 32b$ (б) $10a + 23b$ делится на 11.
6. В этом учебном году прошли три математических олимпиады: Математический праздник, Устная олимпиада в 444 школе и Московская олимпиада школьников. В каждой из них поучаствовало нечетное число учеников кружка, причем каждый участник участвовал в нечетном числе олимпиад. Всего на кружке 20 учеников. Докажите, что кто-то из них не был ни на одной олимпиаде.
7. В выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ известно, что $AE = AD$, $AC = AB$ и $\angle DAC = \angle AEB + \angle ABE$. Докажите, что сторона DC в два раза больше медианы AK треугольника ABE .
Что нужно сделать?