

СуперМатБой

1. Саша и Катя играют в следующую игру. У Саши есть 100 карточек, на которых написаны числа 1, 2, 3, ..., 100. Саша выкладывает по две карточки на стол, а Катя забирает себе одну из них. В конце игры на столе остается 50 карточек. Если сумма чисел на них четна, выигрывает Саша, а если нечетна, то Катя. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию?
2. В коробке 2000 карандашей, среди которых есть карандаши разных цветов и разных размеров. Известно, что из них невозможно выбрать три карандаша, попарно различных как по цвету, так и по размеру. Докажите, что в коробке найдется 1000 карандашей одного цвета или 1000 карандашей одного размера.
3. Решите ребус (одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, разные — разные): Чему равно произведение $\text{Ч} \times \text{Е} \times \text{Л} \times \text{О} \times \text{В} \times \text{Е} \times \text{К}$, если известно что $\sqrt{3 \times \text{Л} \times \text{О}} = \text{Л} \times \text{Е} \times \text{Н} \times \text{Б}$?
4. На доске написано число 540. За одну операцию число на доске можно либо разделить на квадрат натурального числа (если делится нацело), либо умножить на простое число. За какое наименьшее количество операций можно получить на доске число 1?
5. На острове живут лжецы и рыцари. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Однажды 12 островитян, собравшиеся в компанию, сделали такие заявления. Двое сказали: «Ровно двое из здесь присутствующих – лжецы», еще четверо сказали: «Ровно четверо среди здесь присутствующих – лжецы», последние шестеро сказали: «Ровно шестеро среди присутствующих – лжецы». Сколько лжецов могло быть в этой компании?
6. На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC с прямым углом A отмечены точки K , L и M соответственно такие, что $AKLM$ — квадрат. Лучи KM и BC пересекаются в точке X . Докажите, что $\angle XAC = \angle ABC$.
7. Боря пишет на доске последовательность из 2016 чисел, каждое из которых равно 1 или -1 . После этого Аня разбивает эту последовательность на несколько блоков последовательных чисел (не менее чем из одного числа) и находит сумму чисел в каждом блоке. Аня хочет, чтобы сумма квадратов полученных сумм была равна данному числу N . Найдите все N , при которых Аня сможет этого добиться, как бы Боря ни расставил числа вначале.
8. Муравей ползает по проволочному каркасу куба, нигде не разворачиваясь, не проходя никакой участок дважды. Какой наибольший путь сможет проделать муравей, если ребро куба равно 1 м?