

Принцип Дирихле

суперматвертикаль

12.01.19

Принцип Дирихле. *Если посадить $nk + 1$ кроликов по k клеткам, найдется клетка, в которой будет сидеть хотя бы $n+1$ кролик.*

1. Обязательно ли среди двадцати пяти монет (т.е. монет достоинством 1, 2, 5 или 10 руб.) найдётся семь монет одинакового достоинства?
2. В Москве проживает более 10 000 000 людей. На голове у каждого человека не может быть более 300 000 волос. Докажите, что наверняка найдутся 34 москвича с одинаковым числом волос на голове.
3. Имеется 101 разноцветная пуговица. Докажите, что среди них обязательно найдется либо 11 пуговиц одного цвета, либо 11 пуговиц разных цветов.
4. В клетчатом прямоугольнике 5×6 закрашено 19 клеток. Докажите, что в нем можно выбрать квадрат 2×2 , в котором закрашено не менее трех клеток.
5. На шахматной доске разместили 17 фишек, каждая в своей клетке. Правда ли, что обязательно найдется пара фишек, соседствующих по стороне или диагонали?
6. 10 друзей послали друг другу праздничные открытки, так что каждый послал пять открыток. Докажите, что найдутся двое, которые послали открытки друг другу.
7. В кинотеатре семь рядов по 10 мест каждый. Группа из 50 детей ходила на утренний сеанс, а потом на вечерний. Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду.
8. Каждый день Фрекен Бок выпекает квадратный торт размером 3×3 . Карлсон немедленно вырезает себе из него четыре квадратных куска размером 1×1 , со сторонами, параллельными сторонам квадрата (не обязательно по линиям сетки 3×3). После этого Малыш также вырезает себе из оставшейся части торта квадратный кусок со сторонами, также параллельными сторонам торта. На какой наибольший кусок торта может рассчитывать Малыш вне зависимости от действий Карлсона?