

## Неравенство Коши для двух переменных.

1. Докажите, что  $999999^2 + 1000001^2 \geq 1999999999998$ .
2. Докажите, что  $x^4 + \frac{1}{x^2} \geq 2x$  для всех вещественных ненулевых чисел  $x$ .
3. Докажите, что  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ .
4. Докажите, что  $\frac{x + y + z + t}{4} \geq \sqrt[4]{xyzt}$  для всех вещественных чисел  $x, y, z, t$ .
5. Докажите, что для всех положительных чисел  $a, b, c$ , выполнены неравенства:  
(а)  $a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2bc + b^2ca + c^2ab$ ;  
(б)  $a^4 + b^4 + c^4 \geq a^3b + b^3c + c^3a$ .
6. Докажите, что для всех положительных  $x$  выполнено неравенство:

$$x^4 + 1 \geq x^3 + x.$$