

Стремление к чему-то большему

1. Докажите, что правильный треугольник можно разрезать на n правильных треугольников, начиная с шести.
2. Из квадрата $2n \times 2n$ вырезали одну клетку. Докажите, что оставшуюся фигуру всегда можно разрезать на уголки, состоящие из трёх клеток.
3. При каких $n > 3$ набор гирь с массами $1, 2, 3, \dots, n$ граммов можно разложить на три равные по массе кучки?
4. Максим умеет делить любой отрезок либо пополам, либо в отношении $n : n+1$, где n — любое натуральное число. Докажите, что Максим может поделить отрезок на любое количество равных частей.
5. В прямоугольнике $3 \times n$ стоят фишки трех цветов, по n штук каждого цвета. Доказать, что можно переставить фишки в каждой строке так, чтобы в любом столбце были фишки всех цветов.
6. На столе стоят 2^n стаканов с водой. Разрешается взять любые два стакана и уравнивать в них количества воды, перелив часть воды из одного стакана в другой. Докажите, что с помощью таких операций можно добиться того, чтобы во всех стаканах было поровну воды.
7. Можно ли представить единицу в виде суммы 100500 различных дробей с числителем 1 и натуральным знаменателем?
8. Докажите, что для любого числа n существует число, составленное из цифр 1 и 2, которое делится на $2n$.