

## Геометрия

### 1. Признаки равнобедренного треугольника.

- (а) Если в треугольнике  $ABC$  высота  $AD$  совпадает с медианой, то треугольник  $ABC$  равнобедренный, а отрезок  $AD$  является биссектрисой
  - (б) Если в треугольнике  $ABC$  биссектриса  $AD$  совпадает с высотой, то треугольник  $ABC$  равнобедренный, а отрезок  $AD$  является медианой.
  - (с\*) Если в треугольнике  $ABC$  биссектриса  $AD$  совпадает с медианой, то треугольник  $ABC$  равнобедренный, а отрезок  $AD$  является высотой. (Для решения задачи отметьте на луче  $AD$  за точкой  $D$  точку  $E$  так, что  $AD = DE$ .)
2. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $AO = OC$ ,  $BO = OD$ . Докажите, что  $\triangle ABD = \triangle BCD$ .
3. Периметр равнобедренного треугольника равен 20 см, одна из его сторон в два раза больше другой. Найдите стороны треугольника. (Рассмотреть 2 случая)
4. Медиана  $AM$  треугольника  $ABC$  равна отрезку  $BM$ . Докажите, что  $\angle BAC = \angle ABC + \angle ACB$ .
5. На основании  $BC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = CN$ . Докажите, что
- (а) треугольники  $BAM$  и  $CAN$  равны,
  - (б) треугольник  $AMN$  равнобедренный.
6. На стороне угла  $A$  отмечены точки  $B$  и  $C$ , а на другой стороне точки  $M$  и  $N$  так что  $AB = AM$  и  $AC = AN$ . Отрезки  $BN$  и  $CM$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что  $\angle BAO = \angle MAO$
7. Высоты треугольника  $ABC$ , проведенные из вершин  $B$  и  $C$  пересекаются в точке  $D$  так, что  $BD = CD$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.
8. Дан равносторонний треугольник  $ABC$ . Стороны  $AB, BC$  и  $CA$  продлили за вершины  $A, B$  и  $C$  на равные отрезки и получили точки  $D, F, E$ , соответственно. Докажите, что  $\triangle DEF$  равносторонний.